

אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

ד"ר סיגל אורן, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית, ד"ר נתן רובין, גבי יעל שטיין	מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד ב' סמסטר אביב
יאיר אשלגי, גלי בר-און, גיל מלניק, רחל סבן, מני סדיגורסקי, נתי פטר, ארנולד פילצר	27.7.2017 9:00
אסור	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק. משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.

אי-שוויון מרקוב: $\Pr(X \geq \lambda E[X]) \leq \frac{1}{\lambda}$, ל- X אי-שלילי

אי-שוויון צ'בישב: $\Pr(|X - E[X]| \geq C) \leq \frac{V[X]}{C^2}$

בהצלחה !

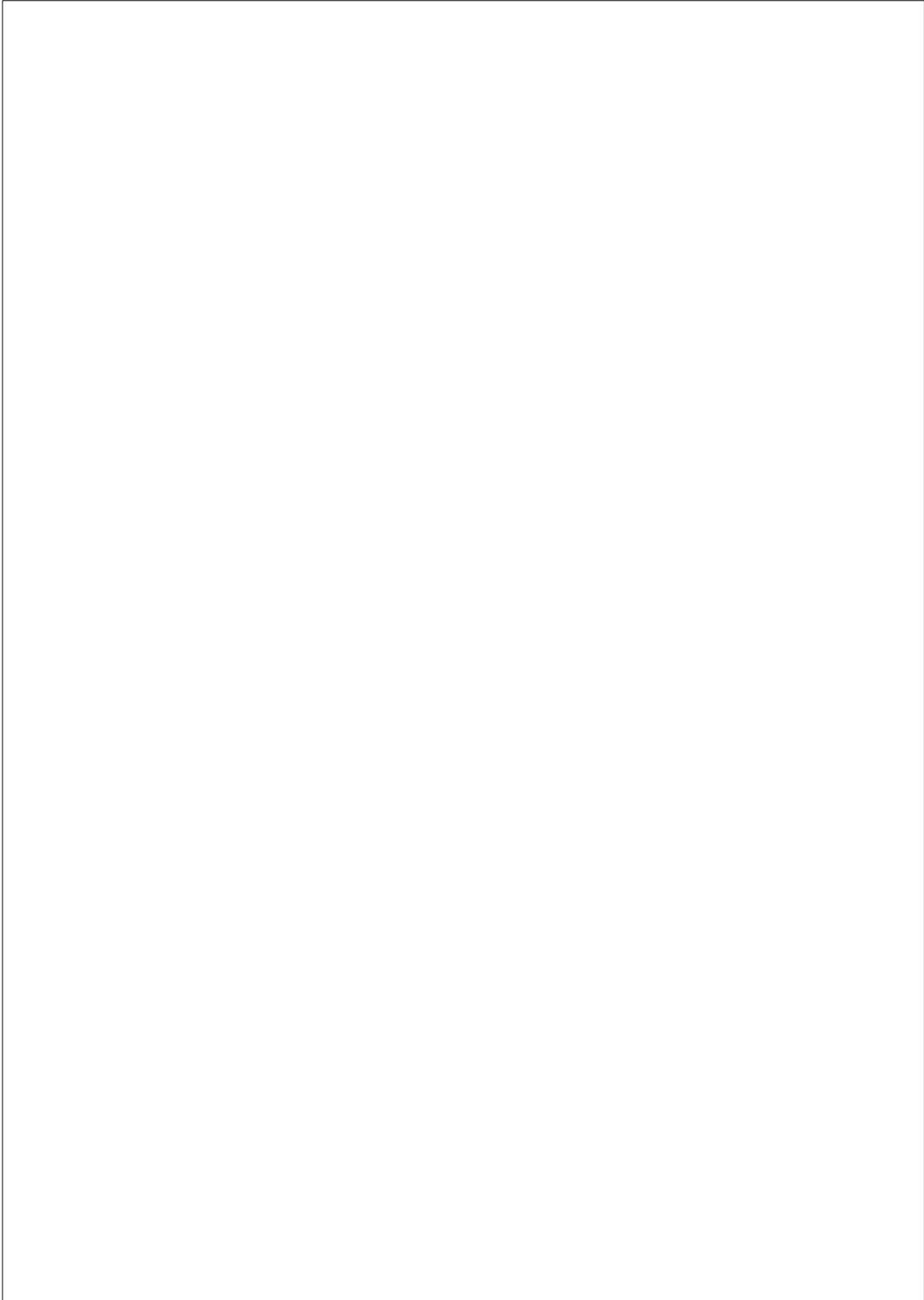
8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
								ציון

	סה"כ
--	-------------

חלק א – ענו על 3 מבין השאלות 1-4

שאלה 1

נגדיר גרף באופן הבא: קדקודיו יהיו $V = \{A \subseteq \{1, 2, \dots, 8\} : |A| = 3\}$, וקבוצת הצלעות מוגדרת ע"י $E = \{\{A, B\} : A \cap B = \emptyset\}$. הראו כי הגרף $G=(V,E)$ בעל קוטר 2 ומכיל מעגל אוילר.



שאלה 2

יהי $G=(V,E)$ גרף לא-מכוון ויהי k מספר שלם חיובי. נאמר כי G גרף k -מנוון (k -degenerate) אם לכל תת-גרף H של G (ובפרט ל- G עצמו) קיים קדקוד בעל דרגה קטנה או שווה ל- k ב- H . מספר הניוון $\text{degen}(G)$ הוא המספר המינימלי k כך ש- G הוא k -מנוון.

א. (7 נק') הראו כי $\delta \leq \text{degen}(G) \leq \Delta$, כאשר $\delta = \min_{v \in V} \text{deg}(v)$, $\Delta = \max_{v \in V} \text{deg}(v)$.

ב. (10 נק') הוכיחו כי $\text{degen}(G) = \Delta$ אם ורק אם יש ל- G רכיב קשירות Δ -רגולרי.

מס' נבחן: _____

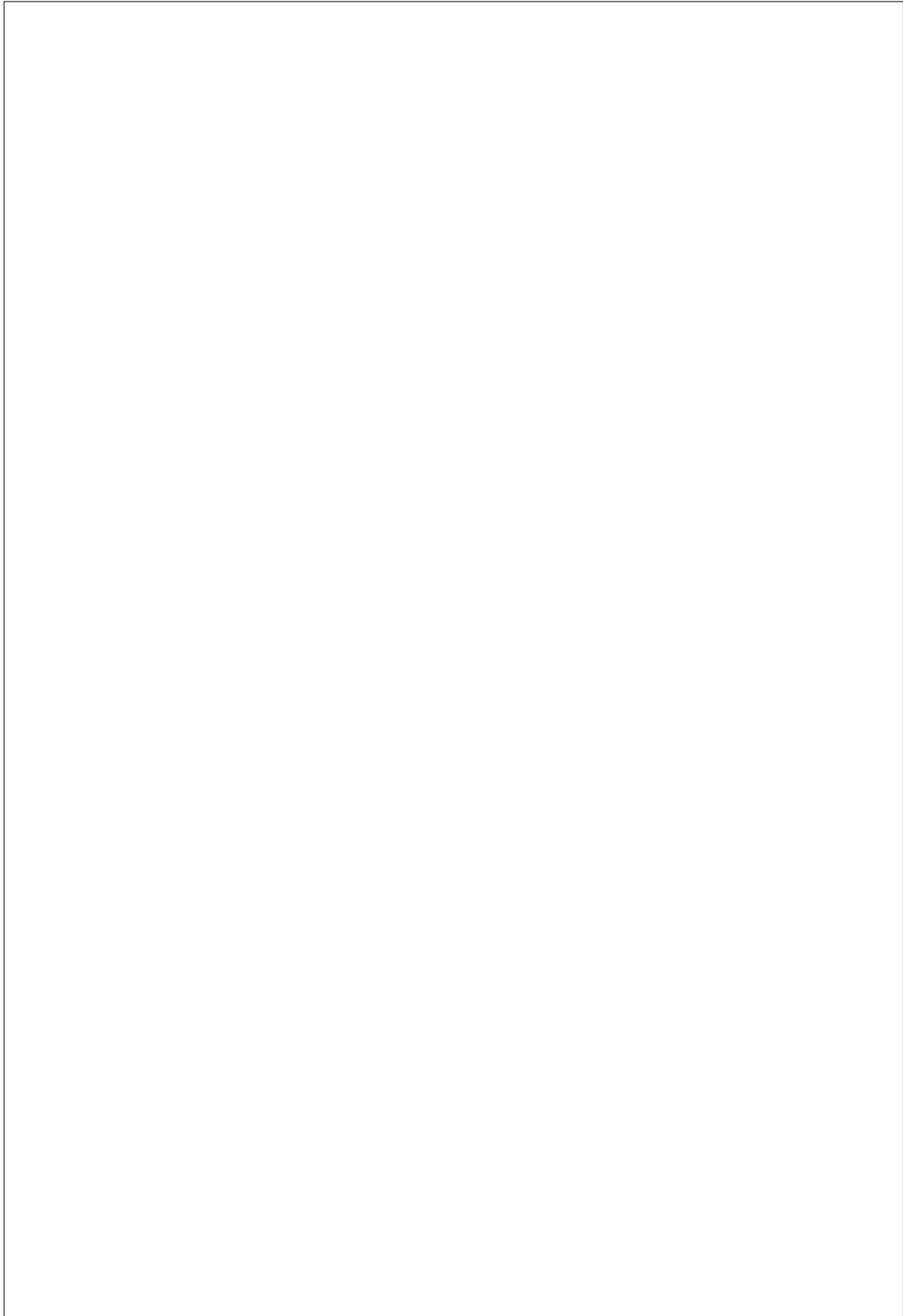
שאלה 3

חשבו את מספר הסדרות מאורך n מעל $\{0,1,2\}$ המכילות מספר זוגי של 1.

מס' נבחן: _____

שאלה 4

יהי G גרף דו-צדדי מישורי עם קוטר 2 ודרגה מקסימלית Δ , הראו כי מספר הקדקודים המקסימלי האפשרי בגרף הוא $\Delta+2$.



חלק ב – ענו על 3 מבין השאלות 5-8

שאלה 5

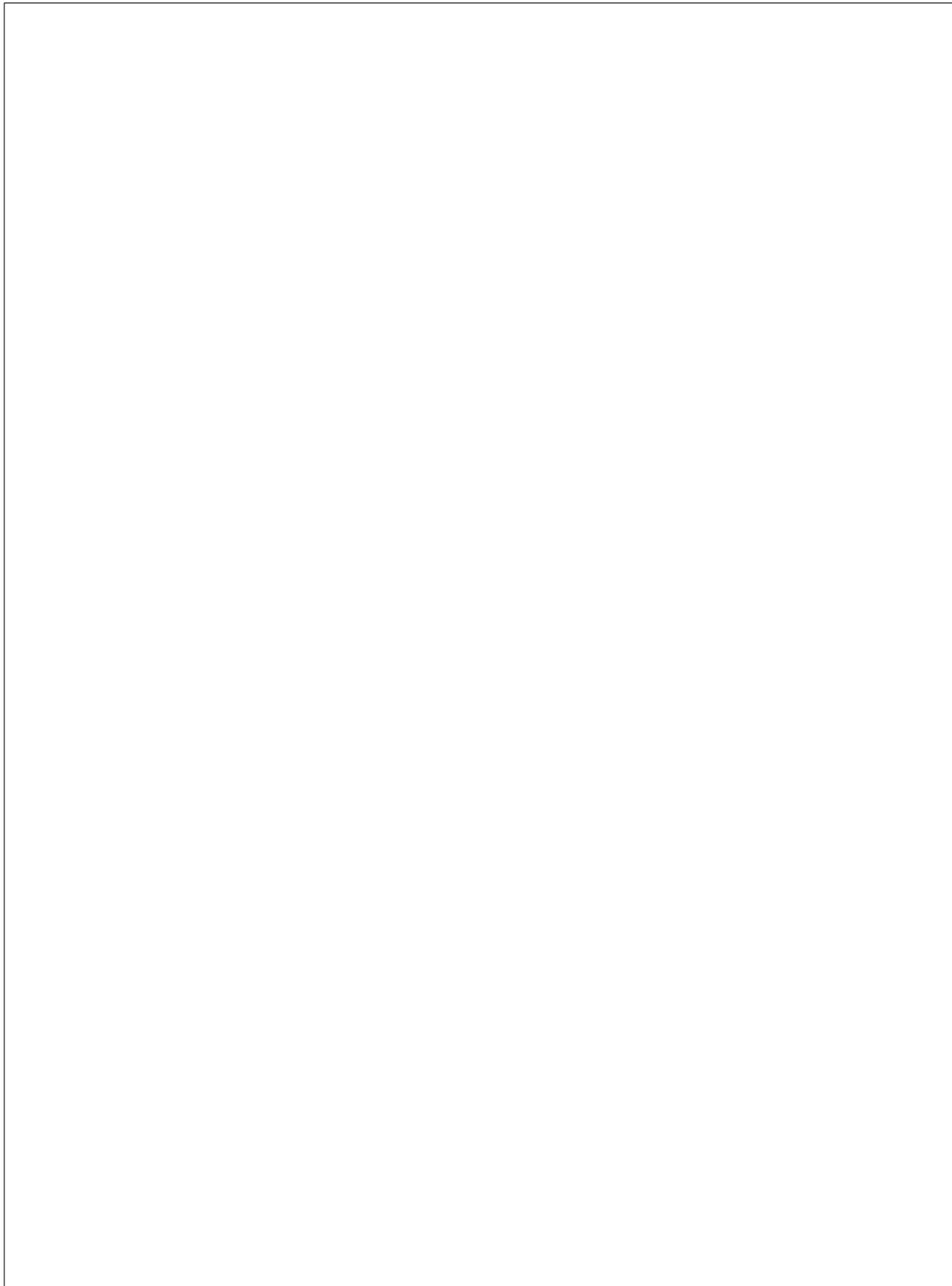
יהי G גרף 3-רגולרי מישורי בעל 20 פאות, שבו כל צלע שייכת למעגל, וכל הפאות הן משולשים או משובעים (כלומר כל פאה היא מעגל עם 3 או 7 צלעות). כמה משולשים יש בגרף G ?

שאלה 6

יהי G גרף מקרי עם $2n$ קדקודים, כאשר כל צלע נכנסת ל- G בהסתברות $\frac{1}{2}$ באופן בלתי-תלוי. חשבו את תוחלת מספר הזיווגים המושלמים השונים ש- G יכול.

שאלה 7

מבחן סלחן הינו מבחן בו לכל שאלה 4 תשובות אפשריות ומתוכן בדיוק אחת נכונה. בחירת התשובה הנכונה מזכה ב-5 נקודות ואילו בחירת תשובה שגויה **מזכה** בנקודה אחת. תלמיד ניגש למבחן סלחן בן 20 שאלות. ידוע כי ישנן 4 שאלות עבורן התלמיד יודע את התשובה בוודאות. עבור כל שאר השאלות הוא מגריל תשובה באופן אחיד בלתי-תלוי. הוכיחו כי ההסתברות שהתלמיד יקבל במבחן ציון של 68 ומעלה היא לכל היותר $\frac{3}{16}$ (הוכחה של הסתברות לכל היותר $\frac{1}{2}$ תזכה ב-8 נקודות).



מס' נבחן: _____

שאלה 8

הוכיחו את משפט ארדש-סקרש: לכל זוג טבעיים $s, t > 0$ מתקיים $R(s, t) \leq \binom{s+t-2}{s-1}$

בהצלחה !