

## אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית, ד"ר נתן רובין, גב' יעל שטיין	בוהן במבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061
טל באומל, גלי בר-און, רחל סבן, מני סדיגורסקי, זיו עמרם, נתי פטר, ארנולד פילצר	5.5.2017
<b>אסור</b>	חומר עזר
שעתיים וחצי	משך הבחינה

### הנחיות חשובות:

- ענו על 8 מתוך 10 השאלות הבאות.
- משקל כל שאלה הוא 13 נקודות, כך שניתן לצבור לכל היותר 104 נקודות.
- בכל שאלה בדיוק אחת מבין ארבעת האפשרויות היא נכונה.
- רשמו את תשובותיכם בטבלה למטה בכתב ברור ובעט.
- במידה ותענו על יותר מ- 8 שאלות, רק 8 השאלות הראשונות עליהן עניתם תיבדקנה.
- בדיקת הבוהן לא תתחשב בחישובים ו/או הסברים על גבי טופס המבחן ובמחברת הטיוטה.

**בהצלחה !**

<b>10</b>	<b>9</b>	<b>8</b>	<b>7</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>שאלה</b>
										<b>תשובה</b>

	<b><u>ציון</u></b>
--	--------------------

1. מספר האפשרויות לבחור 6 מספרים מתוך הקבוצה  $\{1, 2, \dots, 20\}$ , כך שאין ביניהם שניים עוקבים הוא:

א.  $\binom{20}{6}$

ב.  $\binom{15}{6}$

ג.  $20 \cdot 17 \cdot 14 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 5$

ד.  $\frac{20!}{14!}$

2. כמה פונקציות חז"ע  $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$  ישנן, שיש להן בדיוק נקודת שבת אחת.

א.  $n! \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{k!}$

ב.  $\left\lfloor \frac{n^n}{e} \right\rfloor$  אם  $n$  זוגי, ו-  $\left\lceil \frac{n^n}{e} \right\rceil$  אם  $n$  אי-זוגי

ג.  $n! \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(-1)^k}{k!}$

ד.  $(n-1)!$

3. שולחן עגול ערוך ל-15 אורחים. בכל צלחת ישנו פתק עם שמו של אחד האורחים. לאחר שהאורחים מתיישבים, מתברר שאף אחד מהם לא יושב ליד שמו. מחליטים לכן לסובב את השולחן על מנת שלפחות חלק מהאורחים ישבו ליד שמותיהם. מהו מספר ההתאמות המקסימלי שמובטח שיתקבל ע"י סיבוב השולחן?

א. 1

ב. 2

ג. 3

ד. 14

4. יש 10 כדורים לבנים זהים ו-12 כדורים צבעוניים (כל כדור בצבע אחר). בכמה דרכים ניתן לסדר את הכדורים ב-7 תאים מובחנים, כך שאין תא שמכיל רק כדורים לבנים (כלומר, תא עם לפחות כדור לבן אחד ואף כדור צבעוני).

א.  $\binom{16}{6} \cdot 7^{12} - \binom{16}{6} \cdot 6^{12}$

ב.  $\binom{16}{6} \cdot \frac{12!}{5!} \cdot 7^5$

ג.  $\sum_{k=0}^7 (-1)^k \cdot \binom{16}{6} \cdot (7-k)^{12}$

ד.  $\sum_{k=0}^7 (-1)^k \cdot \binom{7}{k} \cdot \binom{16-k}{6} \cdot (7-k)^{12}$

5. מחלקים  $3n$  אנשים ל- $n$  שלשות  $t_1, \dots, t_n$ . בכמה דרכים ניתן לסדר את האנשים ב- $n$  שורות מובחנות,  $1, \dots, n$ , כך שבכל שורה יש בדיוק 3 אנשים, ולכל  $1 \leq i \leq n$  בדיוק 2 אנשים מהשלשה  $t_i$  נמצאים בשורה ה- $i$ ?  $\left[ \frac{n!}{e} \right]$  מעוגל כלפי מעלה או מטה בהתאם לזוגיות של  $n$ .

א.  $3^n \left[ \frac{n!}{e} \right]$

ב.  $3^{2n} 2^n \left[ \frac{n!}{e} \right]$

ג.  $(3!)^{2n} \left[ \frac{n!}{e} \right]$

ד.  $(3!)^{2n} 2^{n!}$

6. יהי  $x$  מספר הדרכים לפזר 20 כדורים צבעוניים (כל כדור בצבע אחר) ו-10 כדורים לבנים זהים ב-5 תאים מובחנים כך שבכל תא כדור לבן אחד לפחות. אזי  $x$  שווה ל-

- א. מספר הדרכים לבחור לוועדה 4 בנים ו-4 בנות מכיתה של 33 ילדים ש 9 מתוכם בנים.  
 ב. מספר הדרכים לבחור 5 סטודנטים מתוך קבוצה של 9 סטודנטים, ולחלק ביניהם 20 שאלות שצריך לפתור.  
 ג. מספר הדרכים לסדר בשורה 24 בקבוקי מיץ מסוגים שונים ו-9 בקבוקי מים.  
 ד. מספר הסדרות שניתן ליצור מ-20 אותיות שונות ו-10 פעמים הספרה 2.

7. בבחירות מתמודדות 10 מפלגות, מתוכם 3 מפלגות ימין, 3 מפלגות שמאל, ו-4 מפלגות מרכז. לכל מפלגה רשימה של 50 מועמדים (לפי סדר כניסתם לכנסת). בכמה דרכים תוכל להיבחר כנסת של 120 ח"כים כך שיהיו בכנסת 60 ח"כים ממפלגות מרכז, 30 ח"כים ממפלגות ימין ו-30 ח"כים ממפלגות שמאל?

א.  $\binom{150}{30}^2 \cdot \binom{200}{60}$

ב.  $\binom{32}{2}^2 \cdot \binom{63}{3}$

ג.  $\binom{32}{2}^2 \cdot \left[ \binom{63}{3} - 4 \cdot \binom{12}{3} \right]$

ד.  $4^{60} 3^{30} 3^{30} - 4^{10} 3^{30} 3^{30}$

8. יונתן רוצה לצלם 10 עמודים מספר היסטוריה בשחור לבן, ו-10 עמודים מאלבום תמונות בצבעוני. כל צילום (צבעוני/שחור לבן) עולה 10 אגורות. ליונתן יש 20 מטבעות של 10 אגורות. האפשרויות שעומדות בפני יונתן בכל שלב הן:
1. הכנסת מטבע למכונת הצילום שחור לבן.
  2. הכנסת מטבע למכונת הצילום הצבעונית.
  3. צילום עמוד מספר היסטוריה אם יש כסף במכונת הצילום שחור לבן.
  4. צילום עמוד מאלבום התמונות אם יש כסף במכונת הצילום הצבעונית.
- בכמה דרכים יכול יונתן לבצע את המשימה?

א.  $\frac{1}{21} \binom{40}{20}$

ב.  $\frac{1}{21} \binom{40}{20} \binom{20}{10}$

ג.  $\frac{1}{21} \binom{40}{20} \cdot \frac{1}{10!}$

ד.  $\frac{1}{121} \binom{40}{20} \binom{20}{10}^2$

9. יהי  $x$  מספר הסדרות מאורך 20 שבנויות מאיברי הקבוצה  $\{0,1,2\}$  שבהן יש בדיוק 7 אחדות ואין שני אחדות צמודים. אזי  $x$  שווה ל-

א.  $2^{13} \binom{26}{7}$

ב.  $2^{13} \binom{12}{7}$

ג.  $2^{13} \binom{14}{7}$

ד.  $2^{13} \binom{26}{6}$

10. לכמה מספרים  $n$  מתקיים  $\vartheta(n) = 10$  ?

(שימו לב שאם  $n = \prod_{i=1}^k p_i^{r_i}$  אז  $\vartheta(n) = \prod_{i=1}^k p_i^{r_i-1} \prod_{i=1}^k (p_i - 1)$ )

א. 0

ב. 1

ג. 2

ד. 4