

אוניברסיטת בן-גוריון
המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית ד"ר נתן רובין, יעל שטיין	מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד ב' סמסטר אביב
טל באומל, גלי בר-און, רחל סבן, מני סדיגורסקי, זיו עמרם, נתי פטר, ארנולד פילצר	26.7.2017 9:00
אסור	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. **עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק.** משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.**

$\Pr(f \geq \lambda E[f]) \leq \frac{1}{\lambda}$ אי-שוויון מרקוב:

$\Pr(|f - E[f]| \geq C) \leq \frac{\text{Var}[f]}{C^2}$ אי-שוויון צ'בישב:

8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
								ציון

סה"כ	
-------------	--

חלק א – ענו על 3 מבין השאלות 1-4

שאלה 1

תהי $S = \{1,2,3,4,5,6\}$. לכל $1 \leq i \leq 6$ נגדיר את S_i להיות אוסף תתי הקבוצות של S המכילות בדיוק i איברים. נגדיר את הגרף $G = (V, E)$ באופן הבא: $V = S_3 \cup S_4 \cup S_5$ ויש צלע בין שני קודקודים A, B אם $|A \cap B| = 3$. הוכיחו או הפריכו: יש ב- G מעגל אویلר.

שאלה 2

ליעל יש חממה. בחממה יש 2 שורות עם מקום ל n שתילים בכל שורה. יעל רוצה לשתול גמבה עגבניה וחציל בחממה. (ברשותה מספר לא מוגבל של שתילים מכל סוג.)

א. (7 נק') מה מספר האפשרויות לסדר שתילים בחממה?

ב. (10 נק') מצאו נוסחת נסיגה למספר הסידורים האפשריים, כאשר אסור לחציל ועגבניה להיות על יד או מעל השני (באלכסון מותר). אין צורך לפתור את הנוסחה.

שאלה 3

בגלגל הרולטה יש 5 מספרים {1,2,3,4,5}. בכל סיבוב של הגלגל יוצא אחד מהם בהתפלגות אחידה. נניח כי מסובבים את הגלגל 100 פעמים באופן בלתי תלוי, ונסמן ב- X את סכום המספרים שהתקבלו. הוכיחו כי $Pr[X \geq 400] \leq \frac{1}{50}$.

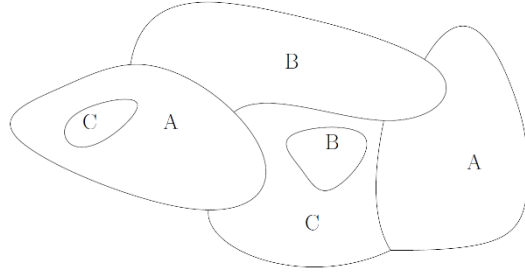
שאלה 4

לאורן 2 קוביות: אחת רגילה עם 6 פאות, ובשנייה יש שתי פאות עם ערך 1, שתיים עם ערך 2, ושתיים עם ערך 3. הוא בוחר באקראי קובייה ומטיל אותה:
א. מה ההסתברות שהטיל 2?
ב. מה התוחלת של תוצאת ההטלה?
ג. אם יצא 3, מה ההסתברות שהטיל את הקובייה הרגילה?

חלק ב – ענו על 3 מבין השאלות 5-8

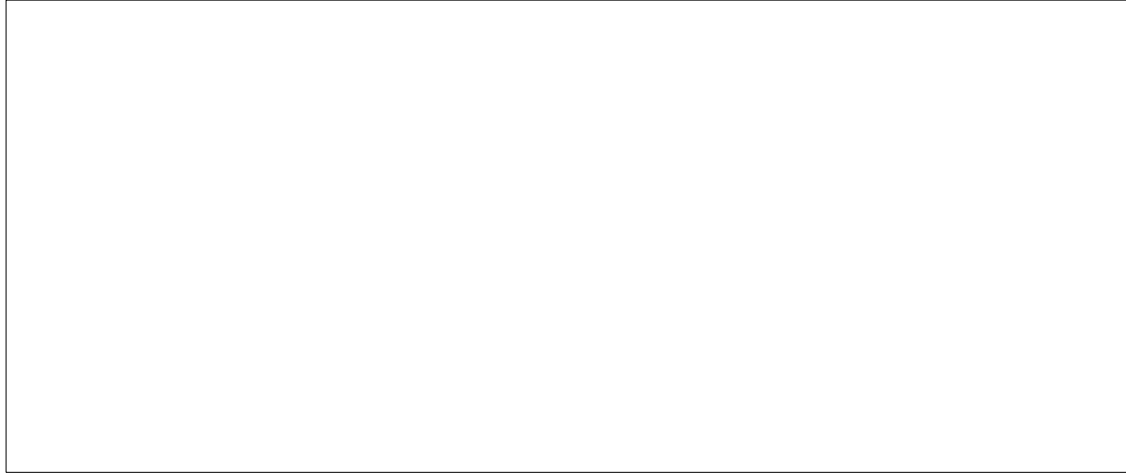
שאלה 5

נתונה מפה מדינית, בה כל מדינה מורכבת מבדיוק 2 אזורים נפרדים במישור. הוכיחו כי ניתן לצבוע את המפה ב-12 צבעים, כך שכל 2 מדינות עם גבול משותף יצבעו בצבעים שונים, וכן שני האזורים של כל מדינה יצבעו באותו הצבע. לדוג':

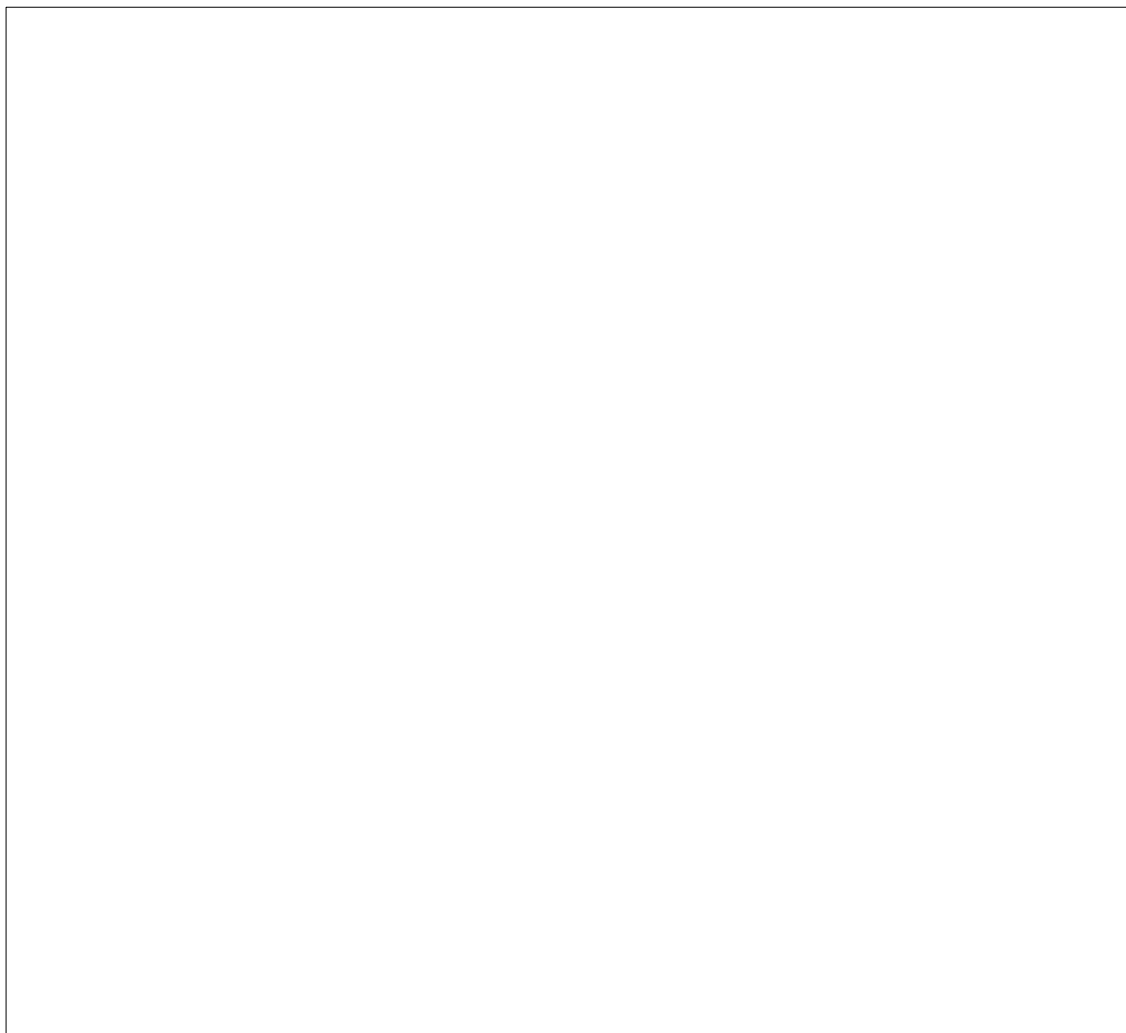


שאלה 6

גרף G נקרא קשיר המילטונית, אם לכל זוג קדקודים u, v ב- G , יש בגרף מסלול המילטוני שמתחיל ב- u ומסתיים ב- v .
א. (7 נק') הוכיחו שאם G הוא גרף קשיר המילטונית עם $n \geq 3$ קדקודים אז יש ב- G מעגל המילטון.



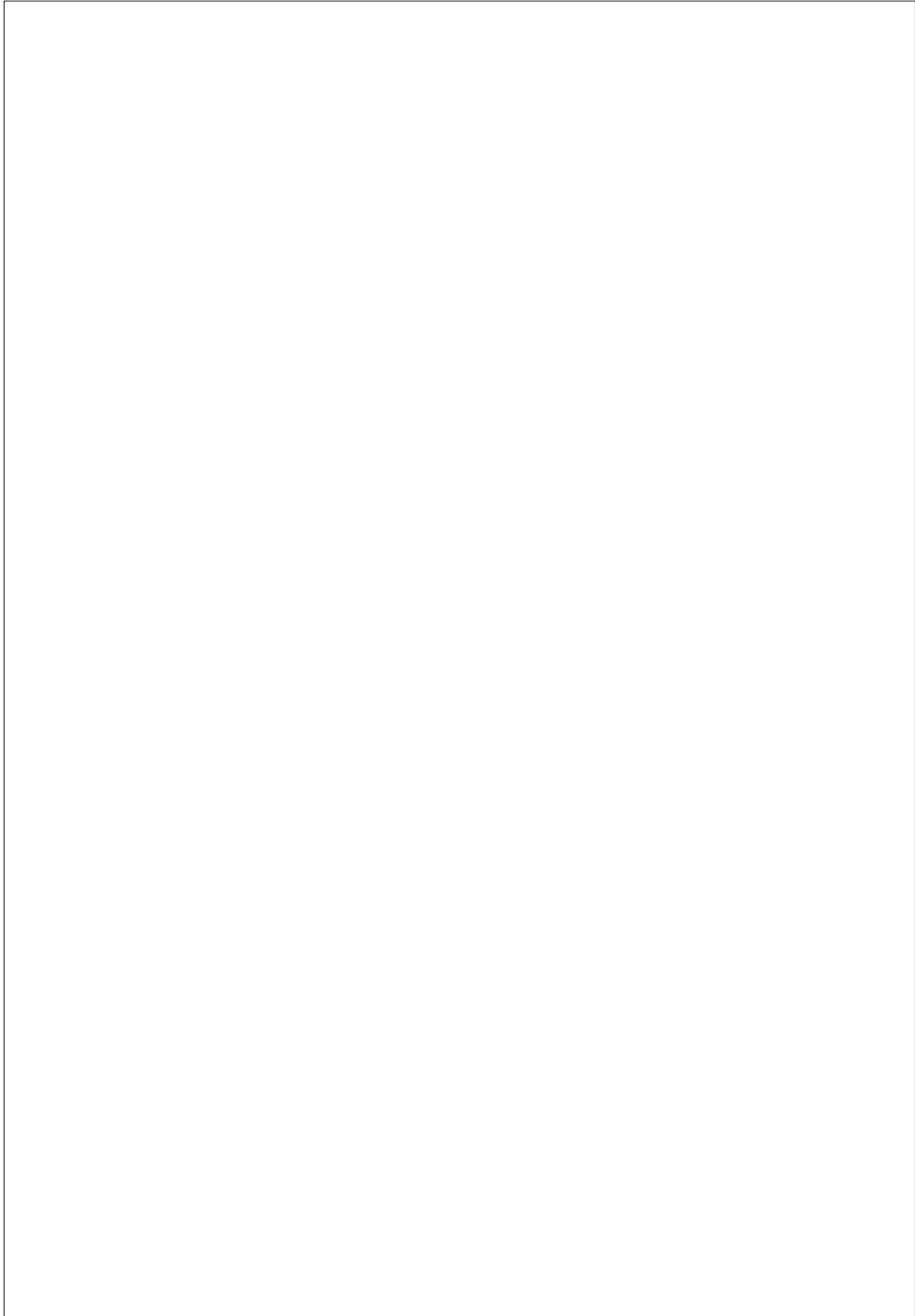
ב. (10 נק') הוכיחו שאם G הוא גרף קשיר המילטונית עם $n \geq 4$ קדקודים, אז לכל $v \in V$ מתקיים $\deg(v) \geq 3$.



מס' נבחן: _____

שאלה 7

הוכיחו כי כל גרף $G = (V, E)$ מכיל תת-גרף דו-צדדי עם לפחות $\frac{|E|}{2}$ קשתות.

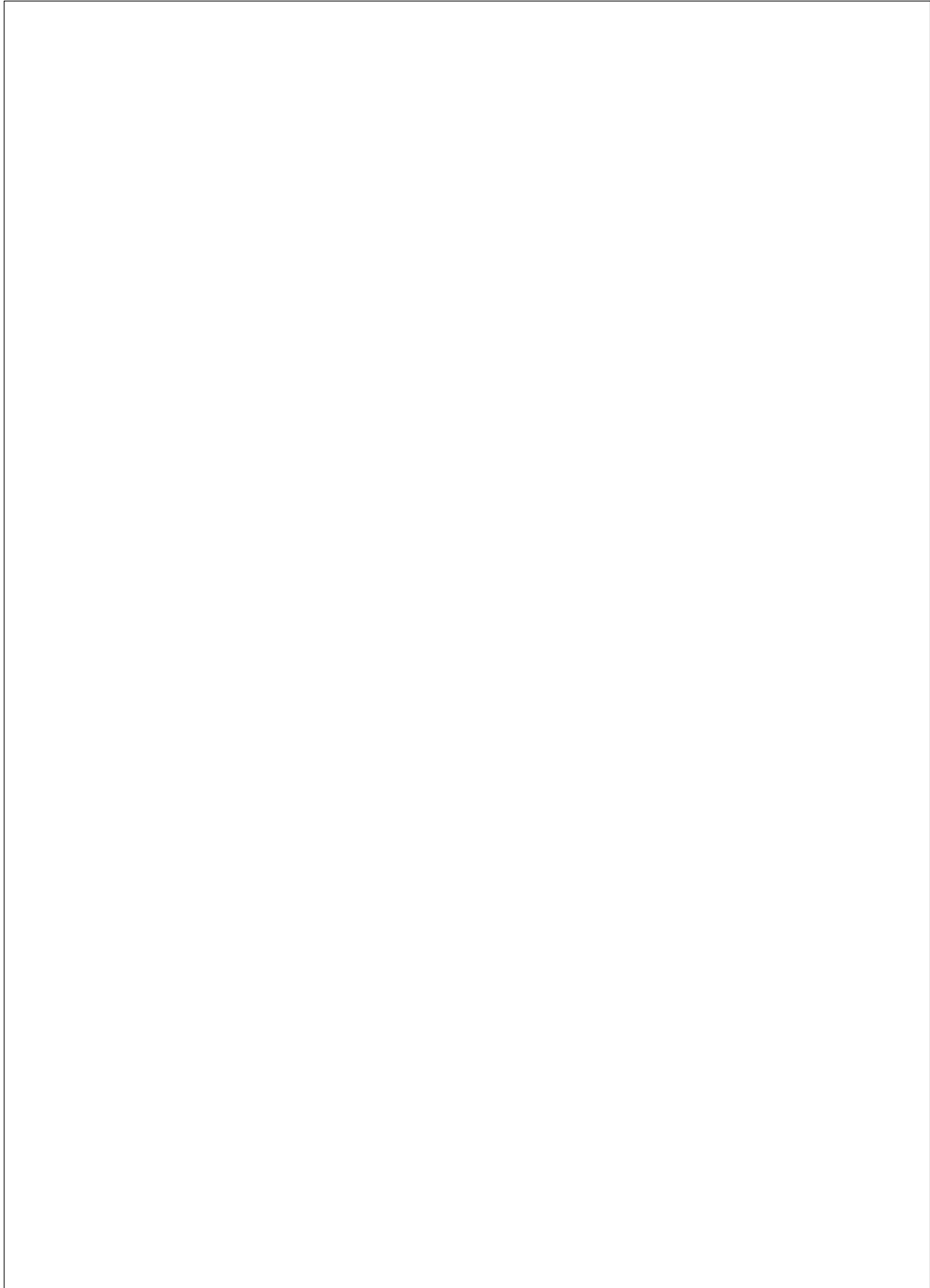


מס' נבחן: _____

שאלה 8

הוכיחו את המשפט:

יהי G גרף מישורי קשיר עם $n \geq 3$ קודקודים ו- m צלעות. אז $m \leq 3n - 6$.



בהצלחה !