

אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית, יעל שטיין	מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד ב' נוסף סמסטר אביב
יונתן אלכסנדר, טל באומל, עודד בצלאל, לילך חייטמן, נתי פטר, ארנולד פילצר	28.9.2014 9:00
אסור	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל 5 שאלות, **עליכם לענות על 4 שאלות בלבד** מתוך ה – 5. משקלה של כל שאלה הוא 25 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לסעיף כלשהו, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד הסעיף. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק מסעיף.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.**

בהצלחה !

5	4	3	2	1	שאלה
					ציון

	סה"כ
--	-------------

שאלה 1

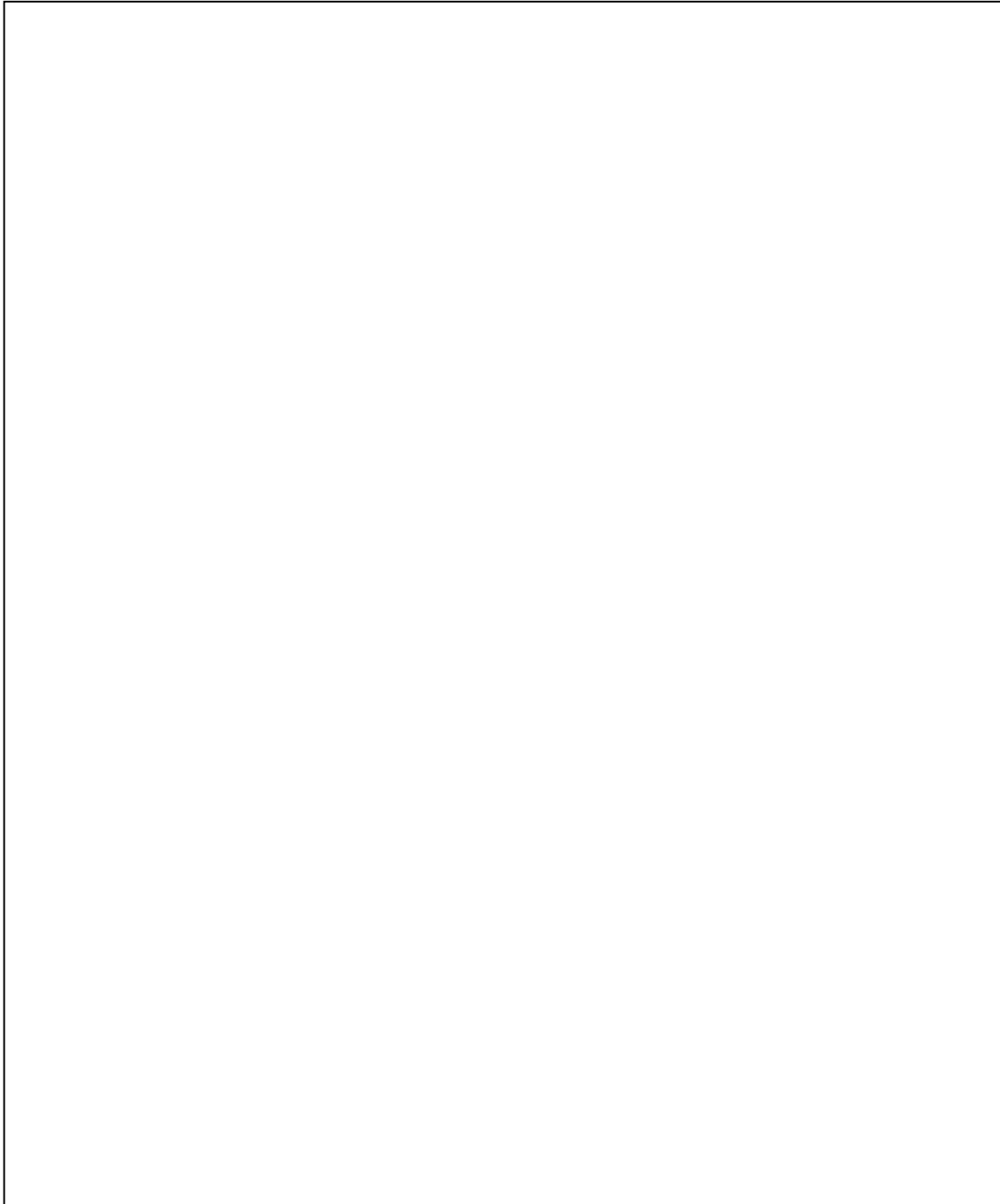
סעיף א (13 נק')

הוכיחו את משפט Ore:
יהי G גרף עם $n \geq 3$ קדקודים. אם $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ לכל זוג קדקודים שאינם שכנים בגרף,
אז יש בגרף מעגל המילטון.



סעיף ב (12 נק')

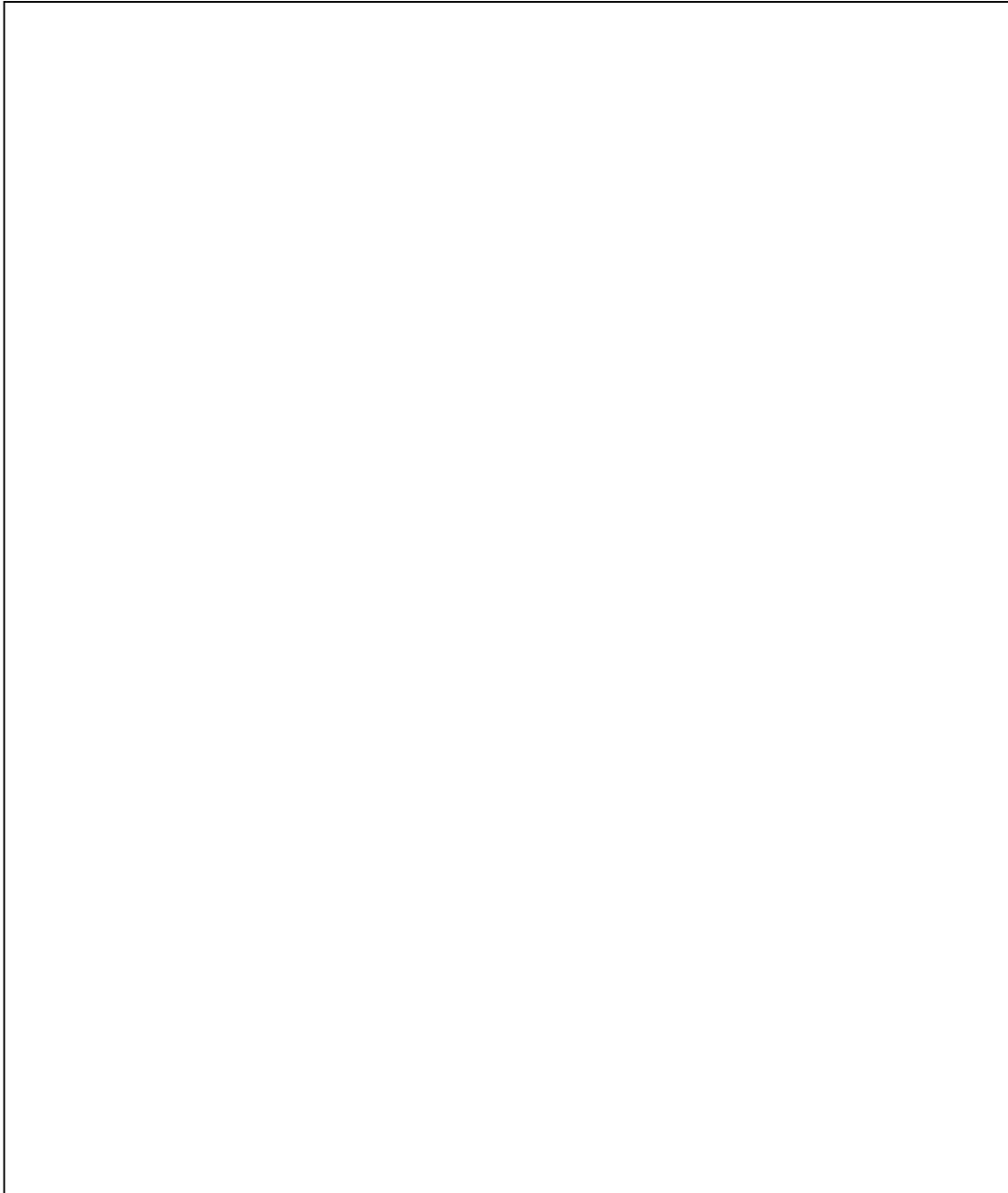
צובעים את צלעות K_9 בארבעה צבעים בדרך כלשהי. הוכיחו שבגרף הצבוע שהתקבל יש מעגל מונוכרומטי (כלומר, מעגל שכל צלעותיו מאותו הצבע).



שאלה 2

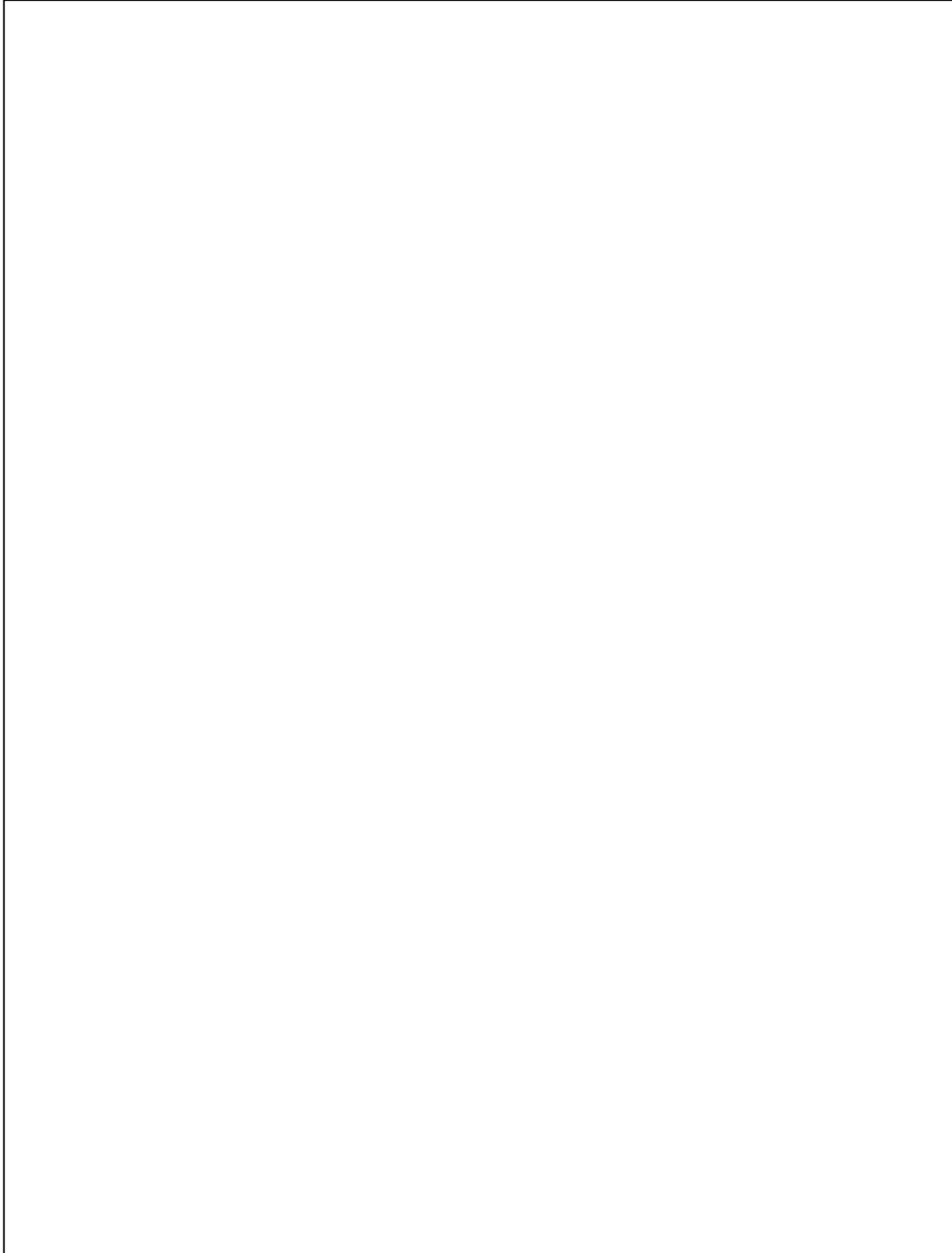
סעיף א (13 נק')

נסמן ב- a_n את מספר הסדרות באורך n הבנויות מהתווים 0 ו-1 ולא מכילות את הרצף 001. מצאו נוסחת נסיגה עבור a_n .



סעיף ב (12 נק')

יהי T עץ המקיים את התכונה הבאה:
לכל קדקוד v ב- T , בדיוק אחד מבין רכיבי הקשירות בגרף $T \setminus \{v\}$ הינו מגודל אי-זוגי.
הוכח שיש ב- T זיווג מושלם.



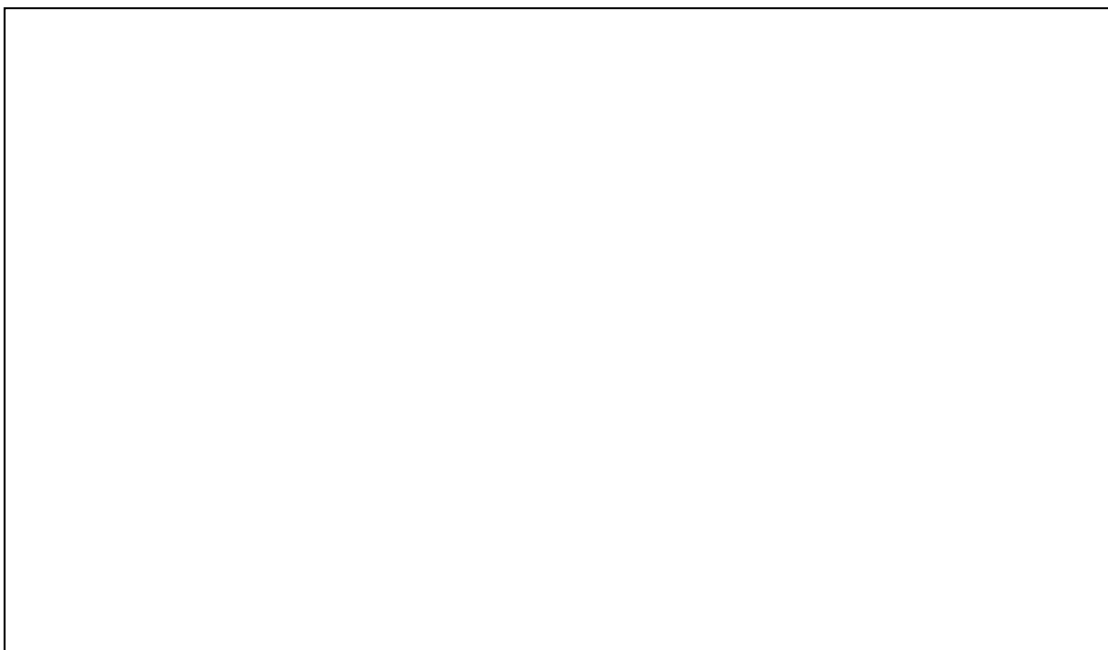
סעיף א (15 נק')

נתון גרף קשיר $G = (V, E)$. יהי L הגרף שקבוצת קדקודיו היא E ויש צלע בין שני איברים ב- E אם ורק אם איברים אלה הם זוג צלעות שכנות ב- G (כלומר זוג צלעות ב- G עם קדקוד משותף).

1. הוכיחו: אם יש ב- G מעגל אוילר אז L קשיר ויש גם בו מעגל אוילר.

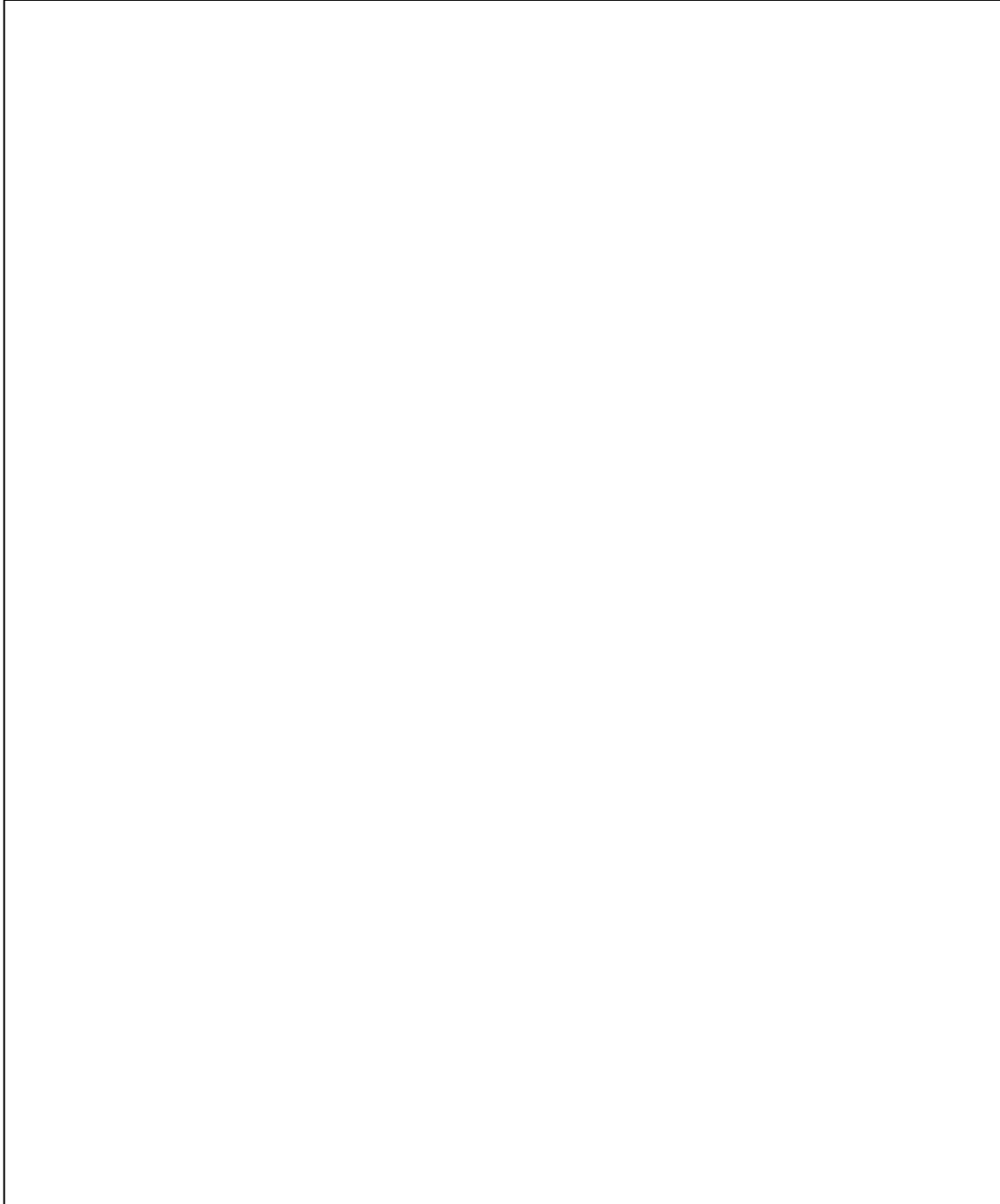


2. הוכיחו שהטענה ההפוכה איננה נכונה. כלומר, הראו שיתכן שיש ב- L מעגל אוילר אך אין ב- G מעגל אוילר.



סעיף ב (10 נק')

כמה עצים מתויגים בני 14 קדקודים ישנם בהם {1,2,3,4,5,6,7,8} הם עלים ו- {9,10,11,12,13,14} הם קדקודים מדרגה 3?

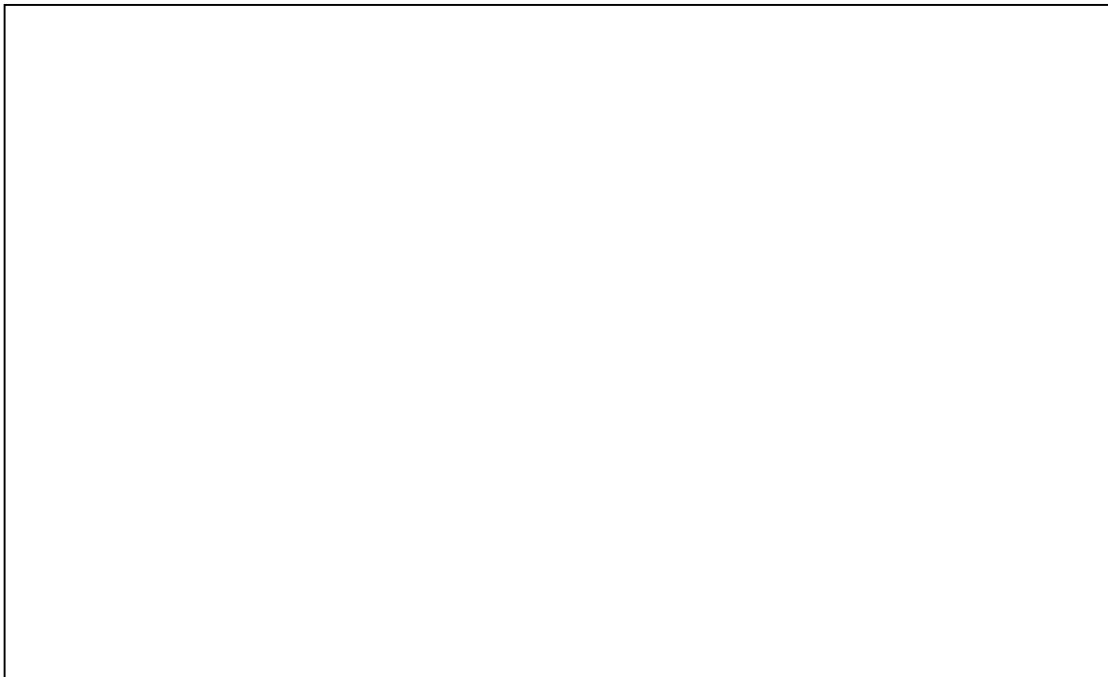


שאלה 4

בדיקת הבחינות נעשית בדרך הבאה:
בהסתברות $1/2$ בחינה נבדקת ע"י מתרגל, בהסתברות $1/3$ היא נבדקת ע"י מרצה, ובהסתברות $1/6$ היא הולכת לאיבוד.
מתרגל בודק בחינה כך: לכל אחת מחמש השאלות הוא נותן 20 נקודות בהסתברות $1/2$ ואפס נקודות בהסתברות $1/2$.
מרצה בודק בחינה כך: הוא זורק שתי "קוביות", כל אחת עם 7 פאות (הממוספרות 1, 2, ..., 7), וכופל את שני המספרים שמתקבלים האחד בשני. לתוצאת הכפל הוא מוסיף 44.
הציון של מחברת אבודה נקבע ע"י הגרלת מספר בהתפלגות אחידה בתחום בין 30-90 (כולל הקצוות).

סעיף א (8 נק')

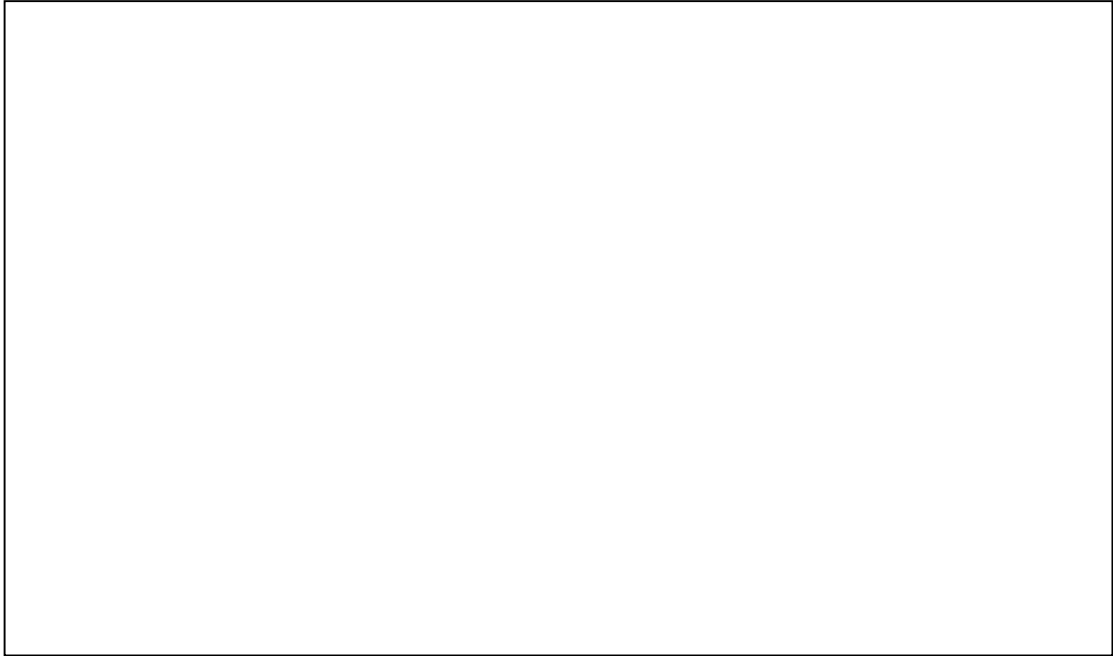
מה ההסתברות לקבל 100?



מס' נבחן: _____

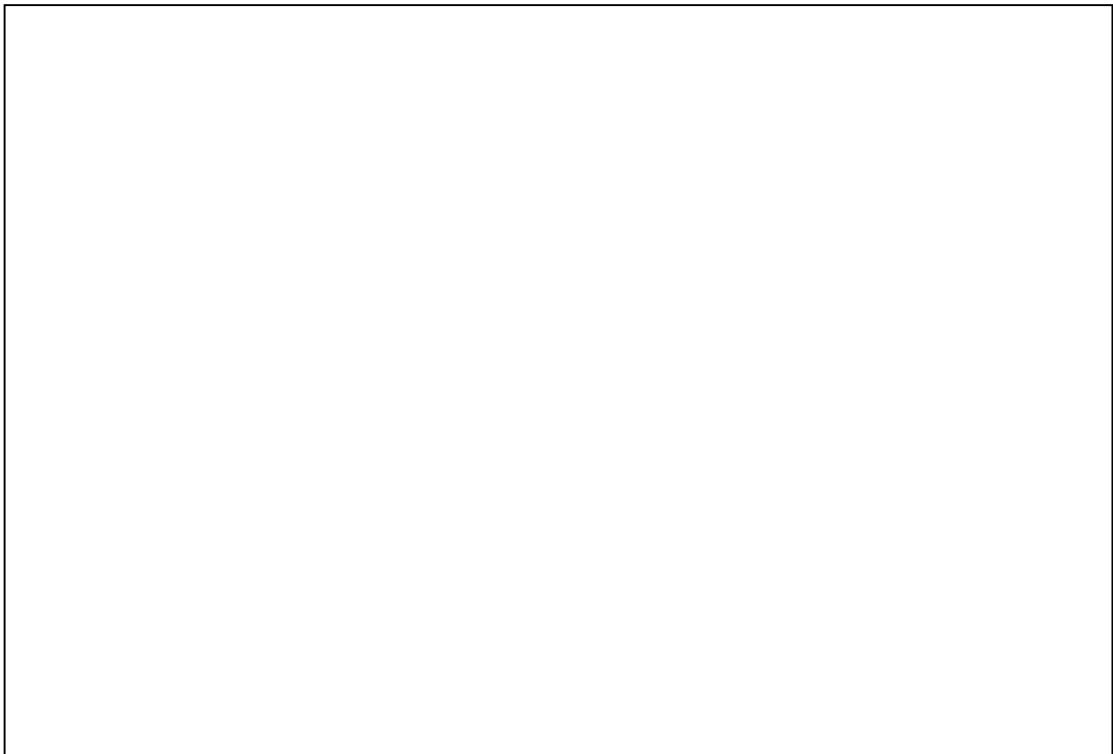
סעיף ב (8 נק')

מהי תוחלת ציונו של סטודנט?



סעיף ג (9 נק')

אם נתון שסטודנט קיבל 60, מה ההסתברות שהבחינה שלו נבדקה ע"י מתרגל?




שאלה 5

סעיף א (13 נק')

מטילים 5 "קוביות" C_1, C_2, \dots, C_5 , כל אחת עם 7 פאות הממוספרות $1, 2, \dots, 7$.
יהי f_i המשתנה המקרי שערכו הוא תוצאת הטלת הקוביה C_i , עבור $i = 1, 2, \dots, 5$. נגדיר מ"מ נוסף
 $f = f_1 + f_2 + \dots + f_5$.

א1. חשבו את התוחלת ואת השונות של f .

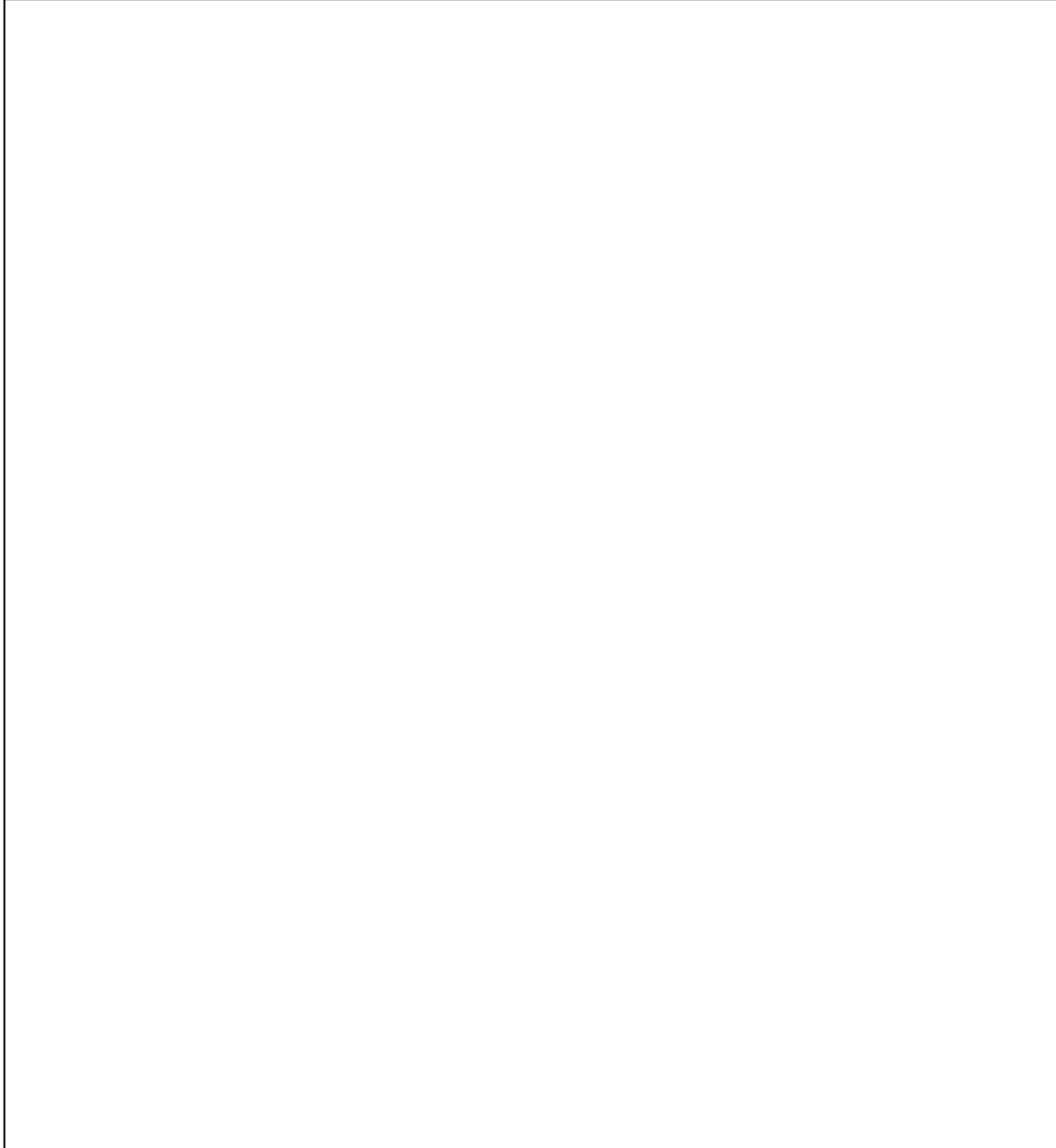


א2. תנו חסם תחתון גדול ככל האפשר להסתברות ש- $15 < f < 25$.



סעיף ב (12 נק')

n אנשים עומדים בתור לקופה. בכמה דרכים ניתן לסדר אותם מחדש בתור, כך שהאדם שעמד במקום ה- $i + 1$ לא יעמוד מיד אחרי האדם שעמד במקום ה- i , עבור $i = 1, \dots, n - 1$.



בהצלחה !