

## אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית	מועד ב' במבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061
טל באומל, יונתן גולדפלד, ארנוולד פילצר, עמית צור, יעל שטיין	24.07.13 09:00
<b>אסור</b>	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

### הנחיות חשובות:

- המבחן כולל 5 שאלות, עליכם לענות על 4 שאלות בלבד מתוך ה – 5. משקלה של כל שאלה הוא 25 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לסעיף כלשהו, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד הסעיף. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק מסעיף.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.

**בהצלחה !**

שאלה	א1	ב1	א2	ב2	א3	ב3	ג3	א4	ב4	א5	ב5	ג5
ציון												

מס' נבחן: \_\_\_\_\_

שאלה 1:

סעיף א (15 נקודות):

הוכיחו כי לכל  $n$  טבעי, מספר הסדרות המאוזנות עם  $n$  אפסים ו- $n$  אחדים הוא  $\frac{1}{n+1} \binom{2n}{n}$ .

מס' נבחן: \_\_\_\_\_

סעיף ב (10 נקודות):

נתונה קבוצה A של 10 מספרים שלמים חיוביים בני 2 ספרות, הוכיחו כי ישנן שתי תתי-קבוצות זרות של A כך שסכום האיברים בראשונה שווה לסכום האיברים בשנייה.

מס' נבחן: \_\_\_\_\_

שאלה 2 :

סעיף א (15 נקודות):

נביט בסדרות מאורך  $n$  מעל  $\{0,1,2\}$ . בכמה מן הסדרות מספר האפסים הוא זוגי? (הציגו פתרון מפורש, לא סכום).

מס' נבחן: \_\_\_\_\_

סעיף ב (10 נקודות):

פתרו את נוסחת הנסיגה  $a_n = 2a_{n-1} + 3^n$ ,  $a_0 = 0$ .



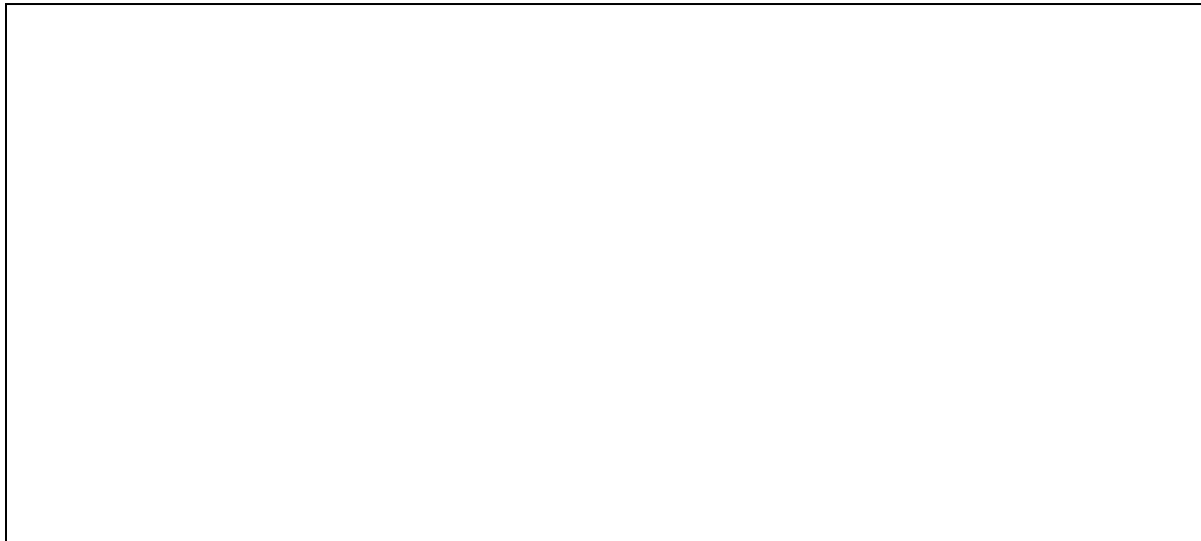
מס' נבחן: \_\_\_\_\_

שאלה 3:

נאמר שגרף לא-מכוון  $G=(V,E)$  הוא  $\chi$ -מינימלי אם לכל צלע  $e \in E$ , המספר הכרומטי של הגרף  $G' = G \setminus \{e\}$  המתקבל ע"י הסרת הצלע  $e$  הוא קטן ממש מהמספר הכרומטי של  $G$ :  $\chi(G') < \chi(G)$ .

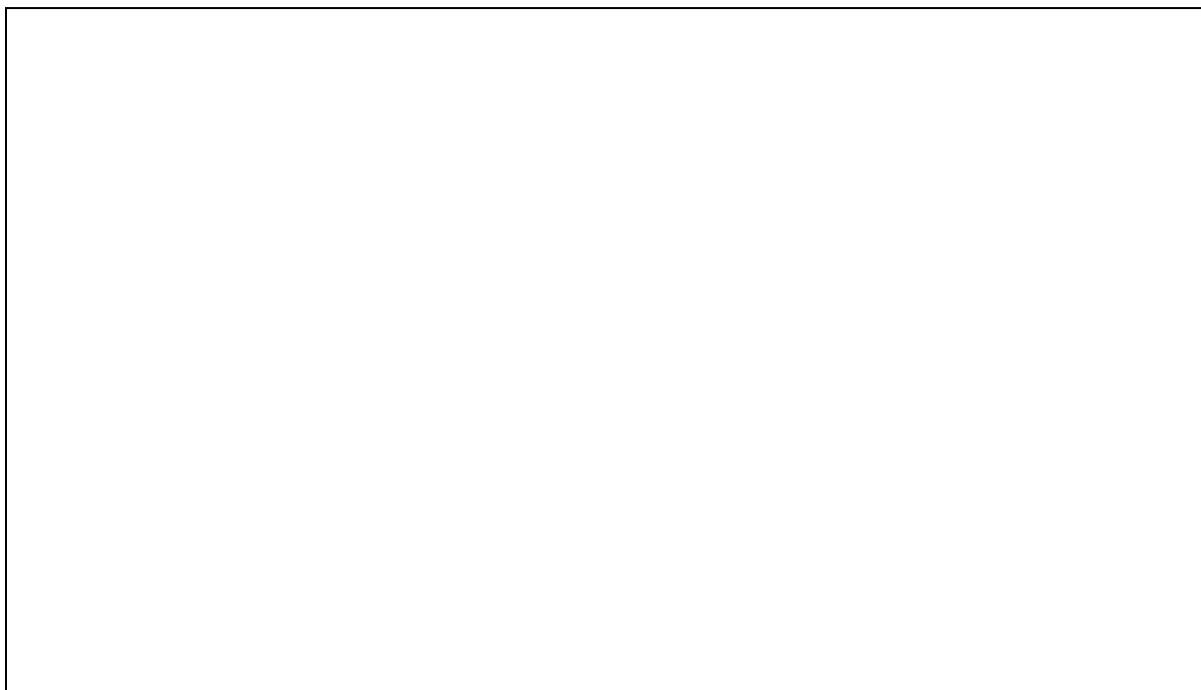
סעיף א (5 נקודות):

הראו שאם  $G=(V,E)$  הוא  $\chi$ -מינימלי אזי  $\chi(G') = \chi(G) - 1$  (כאשר  $G' = G \setminus \{e\}$  צלע כלשהי).



סעיף ב (10 נקודות):

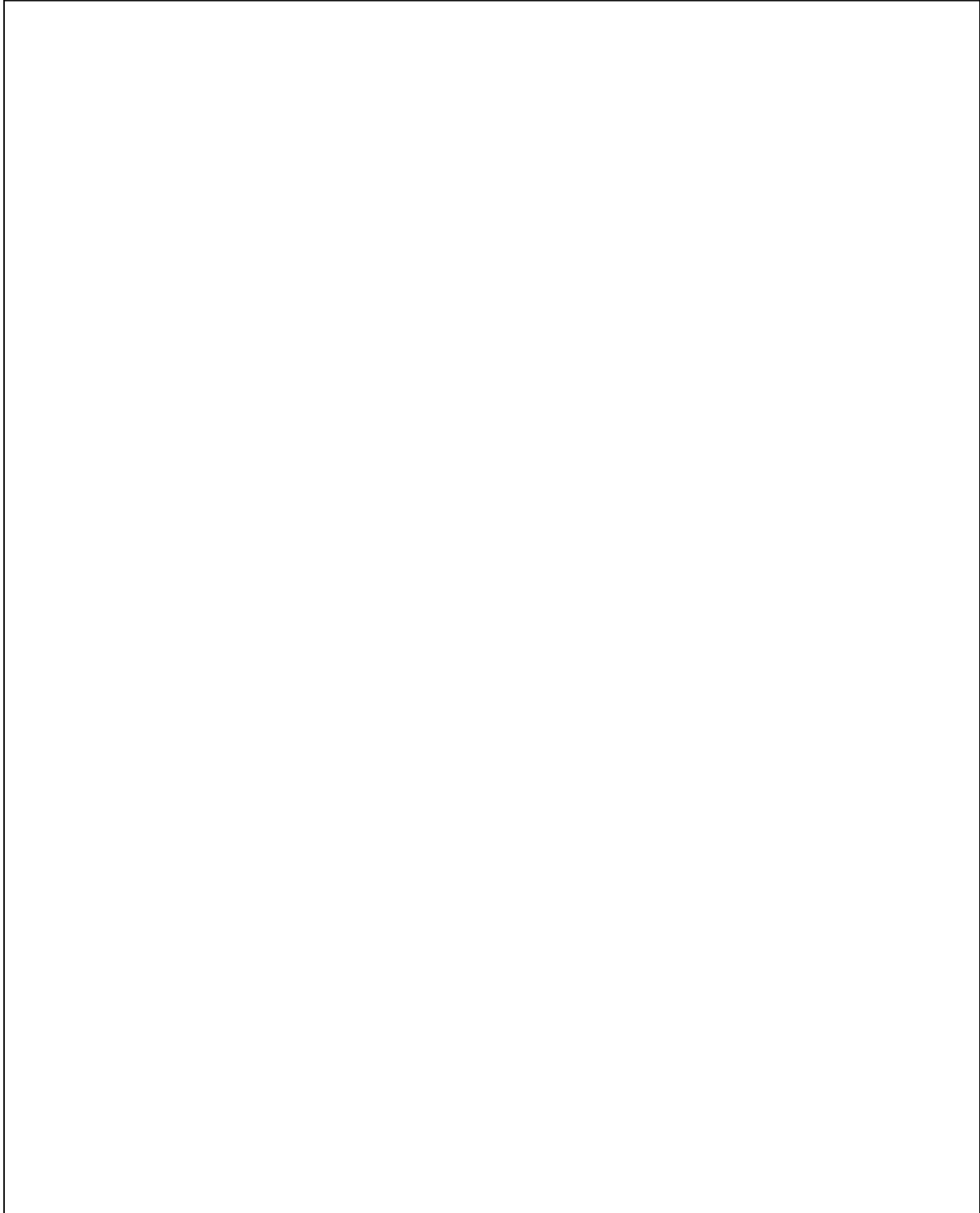
הוכיחו שלכל מספר שלם חיובי  $n$  קיים גרף  $\chi$ -מינימלי  $G=(V,E)$  כך ש-  $\chi(G) = n$ .



מס' נבחן: \_\_\_\_\_

סעיף ג (10 נקודות):

יהי  $G=(V,E)$  גרף לא-מכוון ללא קדקודים בודדים. הוכיחו ש-  $G$  הוא  $\chi$ -מינימלי שבו  $\chi(G) = 3$  אם ורק אם  $G$  הוא גרף מעגל פשוט מאורך אי-זוגי.



שאלה 4:

סעיף א (10 נקודות):

הוכיחו כי גרף  $G=(V,E)$  הוא דו-חלקי אם ורק אם בכל תת-גרף  $H=(V',E')$  של  $G$  ישנה קבוצת קודקודים בלתי תלויה מגודל לפחות  $|V'|/2$ . (נזכור כי קבוצה  $S \subseteq V'$  היא בלתי תלויה אם אין אף קשת בין זוג קודקודים ב- $S$ ).



מס' נבחן: \_\_\_\_\_

סעיף ב (15 נקודות):

יהי  $G=(V,E)$  גרף עם לפחות 3 קודקודים,  $c > 1$  מספר טבעי. נאמר של- $G$  יש צפיפות  $c$  אם לכל תת-גרף שלו  $H=(V',E')$  מתקיים  $\frac{|E'|}{|V'|} < c$ . הוכיחו כי לגרף עם צפיפות  $c$ , קיימת צביעה חוקית של קודקודיו ב- $2c$  צבעים.

שאלה 5:

בחנות מכשירי חשמל מוכרים טלוויזיות המיוצרות על ידי שני מפעלים שונים, מפעל A ומפעל B. נניח כי לכל טלוויזיה, באופן בלתי תלוי יש סיכוי של 0.1 להיות מקולקלת אם נוצרה במפעל A וסיכוי 0.2 להיות מקולקלת אם נוצרה במפעל B.

סעיף א (10 נקודות):

נניח כי קנינו טלוויזיה מהחנות מבלי לדעת היכן נוצרה, יש סיכוי שווה לכל אחד משני המפעלים. בבית ראינו שהיא מקולקלת, מה הסיכוי שהטלוויזיה נוצרה במפעל B?

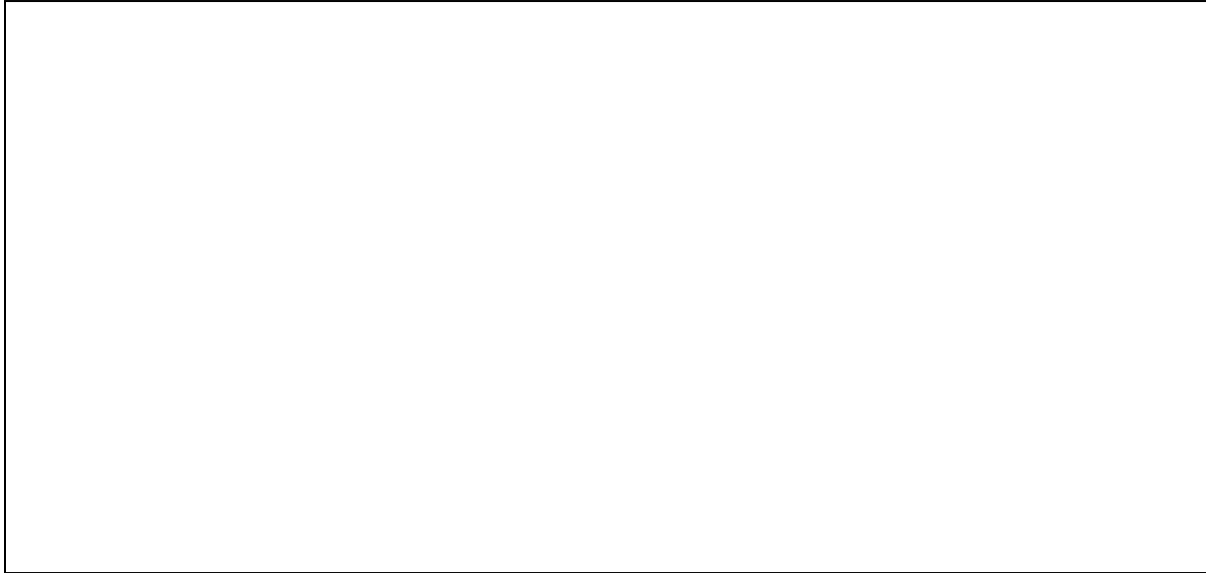
סעיף ב (10 נקודות):

אם קנינו שתי טלוויזיות בחנות, המוכר הבטיח שהן מאותו המפעל, אך הוא לא יודע איזה (שוב, יש סיכוי שווה לכל מפעל). בבית ראינו שהטלוויזיה הראשונה מקולקלת, מה הסיכוי שגם השנייה מקולקלת?

מס' נבחן: \_\_\_\_\_

סעיף ג (5 נקודות):

תיקון טלוויזיה של מפעל A עולה 50 שקלים, ותיקון טלוויזיה של מפעל B עולה 200 שקלים. המוכר רוצה לתקן משלוח של 40 טלוויזיות חדשות ממפעל A ו-30 טלוויזיות חדשות ממפעל B, מהי תוחלת עלות התיקון? (אם הטלוויזיה תקינה, עלות התיקון היא 0).



**בהצלחה!**