

דף תרגילים 3

1. פתור את המערכות הבאות:

$$\text{מעל השדה } C \quad \begin{cases} (1+i)x_1 + x_2 = 1-i & (\text{א}) \\ x_1 - 2ix_2 = -3 \end{cases}$$

$$\text{מעל השדה } Q \quad \begin{cases} 5x_1 - 3x_2 = 3 \\ 7x_1 + 4x_2 = -1 & (\text{ב}) \\ 3x_1 - 10x_2 = 7 \end{cases}$$

$$\text{מעל השדה } Q \quad \begin{cases} 7x_1 + 5x_2 - x_3 = -8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 & (\text{ג}) \\ -2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -6 \end{cases}$$

$$\text{מעל } Z_3 \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 0 & (\text{ד}) \end{cases}$$

2. בדוק האם למערכות הבאות קיים פתרון מעל Z_5, Q, C :

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ 2x + 2z = 1 \\ x - 3y - 4z = 2 \end{cases} \quad (\text{ב}) \quad \begin{cases} x_1 - x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 1 & (\text{א}) \end{cases}$$

3. לאלו ערכים של $k \in Q$ יש למערכת הבאה: (א) פתרון יחיד מעל Q (יש למצוא אותו), (ב) אינסוף פתרונות מעל Q (יש למצוא פתרון כללי) או (ג) אין פתרון מעל Q .

$$\begin{cases} x + (k-3)y = 0 \\ kx - 2y = k-1 \end{cases}$$

4. הוכח או הפרך:

- (א) אם למערכת לא קיים פתרון אזי מספר המשוואות גדול ממספר המשתנים.
 (ב) אם למערכת הומוגנית קיים פתרון טריביאלי אזי למערכת קיים פתרון יחיד. (הגדרה: הפתרון הטריביאלי למערכת הומוגנית עם משתנים x_1, \dots, x_n הוא הפתרון $x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$).
 (ג) אם למערכת קיים פתרון יחיד אזי מספר המשוואות שווה למספר המשתנים.
 (ד) אם למערכת יש יותר משוואות מאשר משתנים אזי למערכת אין פתרון.
 (ה) אם למערכת משוואות מעל C יש שני פתרונות שונים אז יש לה אינסוף פתרונות.