

**פונקציות (המשך)**

I. מצא את תחום ההגדרה והתמונה של הפונקציות הבאות

- 1)  $f(x) = \frac{1}{4+x^2}$     2)  $f(x) = 3 + \sqrt{1-x^2}$     3)  $f(x) = \sqrt{2x+1}$     4)  $f(x) = \log(x-1)$   
 5)  $f(x) = \sqrt{\sin x + 8}$     6)  $f(x) = 3\cos^2 x$     7)  $f(x) = \sqrt{\sin x}$     8)  $f(x) = 5 + \tan x$

**II פתור תרגילים:**

1. הפונקציה  $\operatorname{sgn} x$  מוגדרת כדלהלן:

$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

בנה את גרף הפונקציה. הראה כי  $|x| = x \cdot \operatorname{sgn} x$ .

2. הפונקציה  $[x]$  מוגדרת כדלהלן: אם  $x = n + r$  כאשר  $0 \leq r < 1, n \in \mathbb{Z}$ , הרי  $[x] = n$ .  
 $y = [x]$  נקרא החלק השלם של  $x$ . צייר גרפים של פונקציות:  $y = x - [x]$ ,  $y = [x]$ .

3. חשב את  $f(0)$ ,  $f(-x)$ ,  $f(x+1)$ ,  $f(x)+1$ ,  $f\left(\frac{1}{x}\right)$ , כאשר  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ .

**פונקציה מורכבת.**

III. הרכב את הפונקציות הבאות ומצא את תחומי ההגדרה של ההרכבות האלה:  
 $(F(x) = f(g(x)) = ? \quad G(x) = g(f(x)) = ?)$

- 1)  $f(x) = x^2; g(x) = \sqrt{x}$     2)  $f(x) = 1-x; g(x) = x^2$   
 3)  $f(x) = a^x; g(x) = \log_a x, a > 0, a \neq 1$     4)  $f(x) = x^2; g(x) = 2^x$

פירוק הרכבות פונקציות הבאות לפונקציות פשוטות  $F(x) = f(g(x))$  או  $(F(x) = f(g(h(x))))$ :

- 5)  $F(x) = \log_{10}(x+3)$     6)  $F(x) = \sin \sqrt{x^2+1}$     7)  $F(x) = 2^{\sqrt{x}}$     8)  $F(x) = \log(x^2-4)$

9. חשב את  $\varphi[\varphi(x)]$ ,  $\varphi[\psi(x)]$ ,  $\psi[\psi(x)]$ ,  $\varphi[\varphi(x)]$  כאשר:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}, \quad \psi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$$

**בהצלחה !**

תשובות

I

- 1)  $D_f = \{x \mid -\infty < x < +\infty\}$  image( $f$ ) = (0, 0.25]
- 2)  $D_f = [-1, 1]$  image( $f$ ) = [3, 4]
- 3)  $D_f = [-0.5, +\infty)$  image( $f$ ) = [0, +\infty)
- 4)  $D_f = (1, +\infty)$  image( $f$ ) =  $(-\infty, +\infty)$
- 5)  $D_f = (-\infty, +\infty)$  image( $f$ ) =  $[\sqrt{7}, 3]$
- 6)  $D_f = (-\infty, +\infty)$  image( $f$ ) = [0, 3]
- 7)  $D_f = \{x \mid 2\pi k < x < (2k + 1), k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  image( $f$ ) = [0, 1]
- 8)  $D_f = \{x \mid x \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  image( $f$ ) =  $(-\infty, +\infty)$

II

$$3. \quad f(0) = 1, \quad f(-x) = \frac{1+x}{1-x}, \quad f(x+1) = \frac{-x}{2+x},$$

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1+x}{1-x}, \quad f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x-1}{x+1}, \quad f(x)+1 = \frac{2}{1+x}$$

III

- 1)  $G(x) = |x|, D_G = (-\infty, \infty), F(x) = x D_F = [0, \infty)$
- 2)  $G(x) = (1-x)^2 D_G = (-\infty, \infty), F(x) = 1-x^2 D_F = (-\infty, \infty)$
- 3)  $G(x) = x D_G = (-\infty, \infty), F(x) = x D_F = (0, \infty)$
- 4)  $G(x) = 2^{x^2} D_G = (-\infty, \infty), F(x) = 2^{2x} D_F = (-\infty, \infty)$
- 5)  $f(x) = \lg x \quad g(x) = x + 3$
- 6)  $f(x) = \sin x \quad g(x) = \sqrt{x} \quad h(x) = x^2 + 1$
- 7)  $f(x) = 2^x \quad g(x) = \sqrt{x}$
- 8)  $f(x) = \log x \quad g(x) = x^2 - 4$
- 9)  $\varphi[\varphi(x)] = \varphi(x), \quad \psi[\psi(x)] = \varphi[\psi(x)] = 0, \quad \psi[\varphi(x)] = \psi(x)$