

**אוניברסיטת בן-גוריון
המחלקה למדעי המחשב**

ד"ר סיגל אורן, פרופ' מתיא כץ, פרופ' עופר נימן, ד"ר נתן רובין, ד"ר יעל שטיין	מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד ב' סמסטר אביב
ג'ורדן איתן, יאיר אשלגי, גיל מלניק, נדב ברק, מני סדיגורסקי, נתי פטר, ארנולד פילצר, אור קירלי	26.7.2019 09:00
אסור	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. **עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק.** משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.**

אי-שוויון מרקוב: $\Pr(X \geq \lambda E[X]) \leq \frac{1}{\lambda}$, ל- X אי-שלילי

אי-שוויון צ'בישב: $\Pr(|X - E[X]| \geq C) \leq \frac{V[X]}{C^2}$

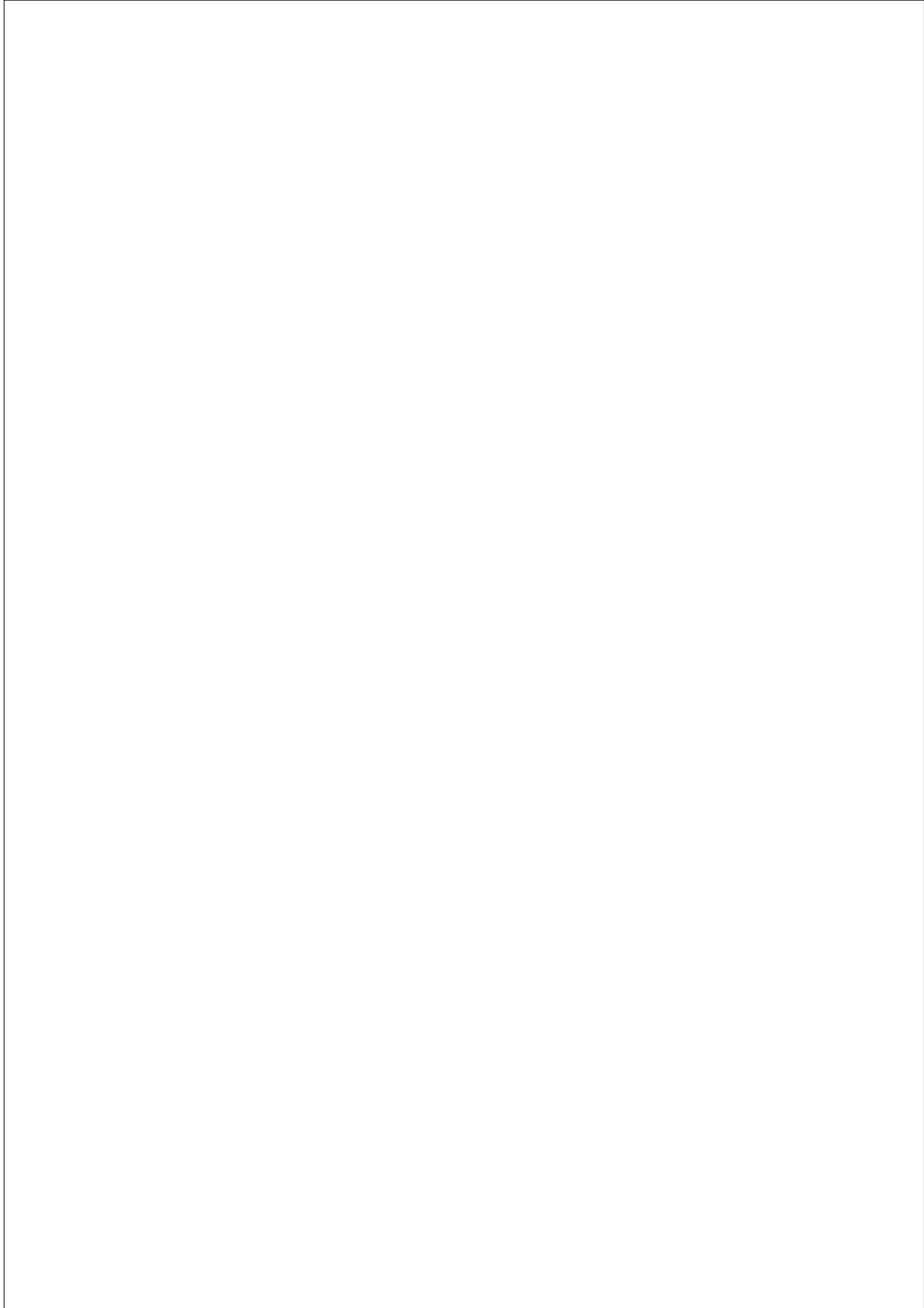
בהצלחה !

8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
								ציון

סה"כ	

שאלה 1

הוכיחו באופן קומבינטורי כי לכל n, k טבעיים, $k \leq n$, מתקיים $\sum_{l=k}^n \frac{l!}{(l-k)!} \cdot \binom{n}{l} = \frac{n!}{(n-k)!} \cdot 2^{n-k}$



מס' נבחן: _____

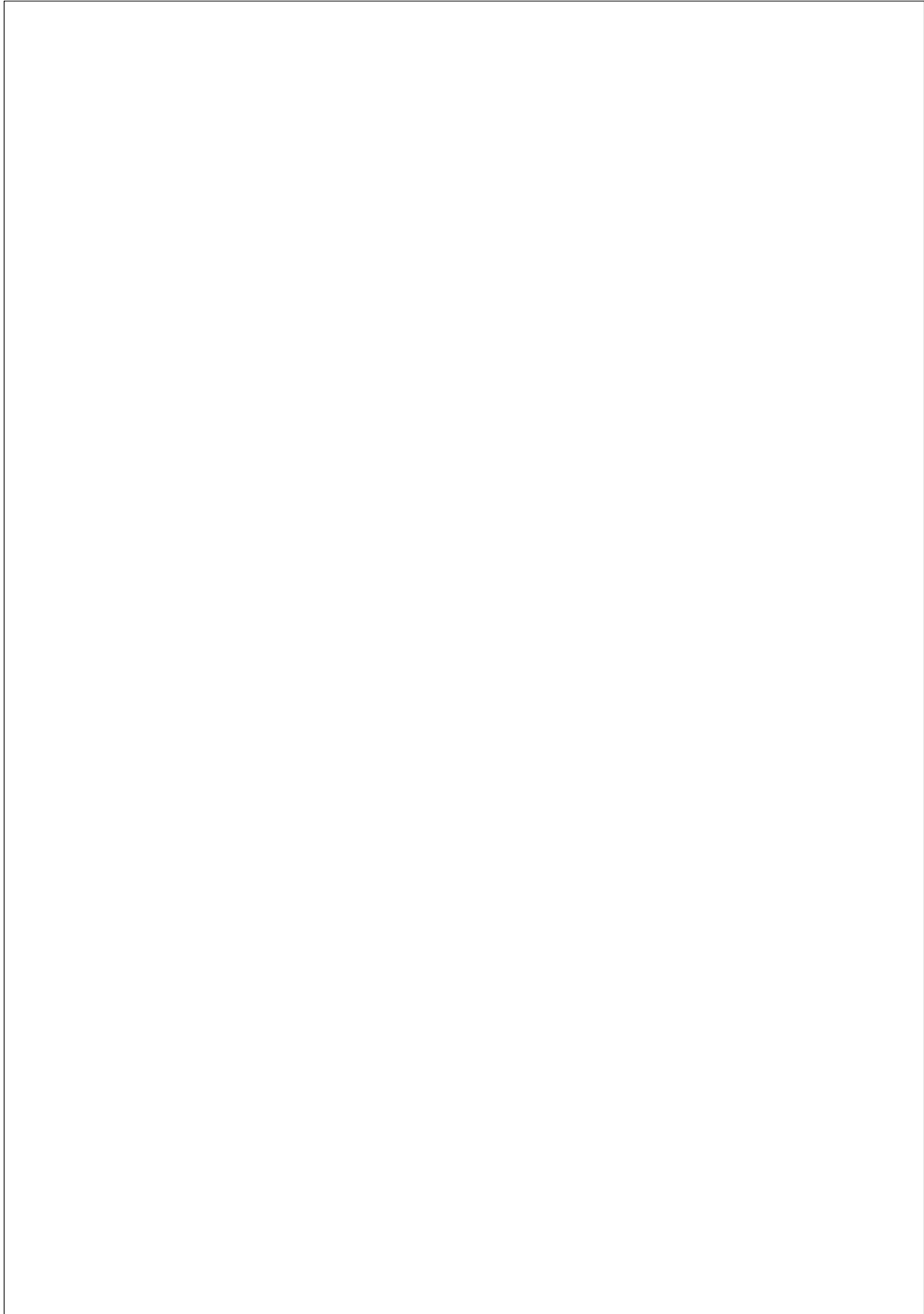
שאלה 2

מהו מספר הסדרות מאורך n מעל $\{0,1,2\}$ שאינן מכילות את הרצף 00? מצאו ביטוי מפורש.

מס' נבחן: _____

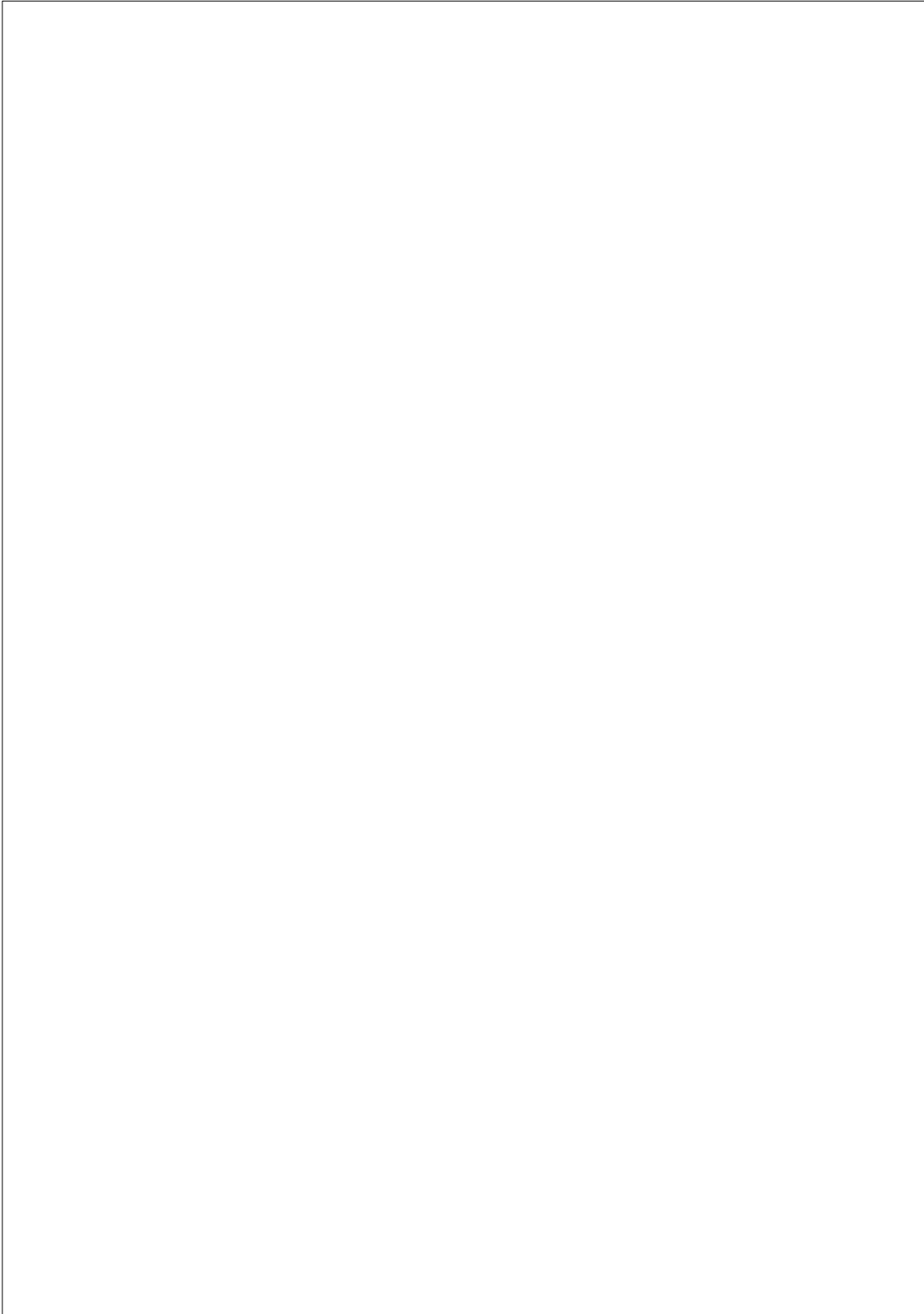
שאלה 3

הוכיחו כי לכל $n \geq 2$, קיים גרף G עם n קודקודים, כך שקיימים בו $n - 1$ קודקודים שדרגותיהם שונות זו מזו.



שאלה 4

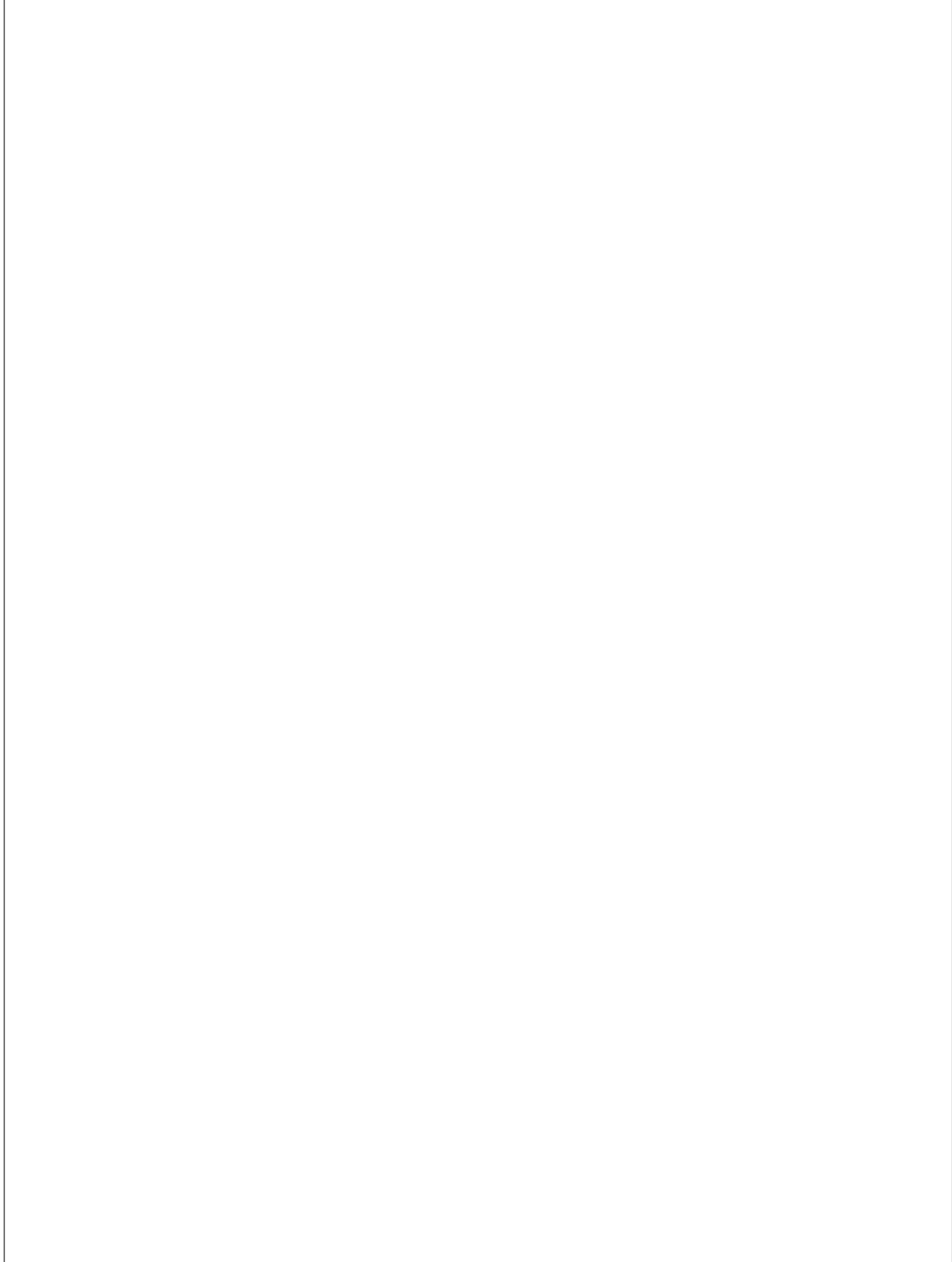
הוכיחו כי בכל גרף מישורי שאינו מכיל קבוצה ב"ת בגודל 4 יש לכל היותר 12 קודקודים. (זכרו כי קבוצת קודקודים נקראת ב"ת אם היא לא מכילה צלעות.)



חלק ב – ענו על 3 מבין השאלות 5-8

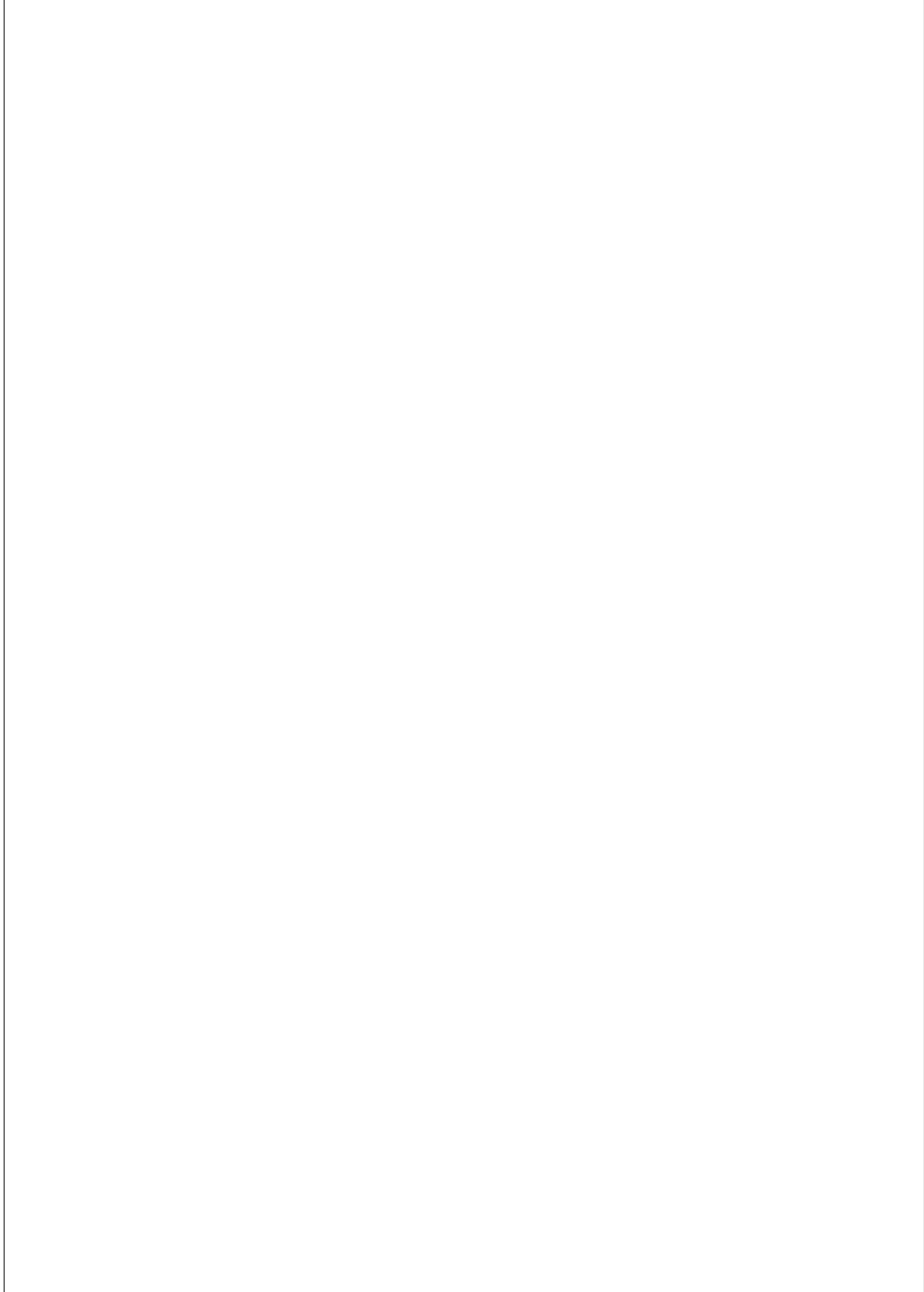
שאלה 5

הוכיחו את משפט Erdős-Szekeres: $R(s, t) \leq \binom{s+t-2}{s-1}$ לכל טבעיים חיוביים s, t .



שאלה 6

יהיו $G_1 = (V_1, E_1)$ ו $G_2 = (V_2, E_2)$ גרפים כל אחד עם n קודקודים. נגדיר את גרף המכפלה
 $G_x = (V_x, E_x)$ באופן הבא: $V_x = \{(u, v) : u \in V_1 \wedge v \in V_2\}$
 $E_x = \{(u_1, v_1), (u_2, v_2) : \{u_1, u_2\} \in E_1 \vee \{v_1, v_2\} \in E_2\}$
הוכיחו או הפריכו: אם בשני הגרפים G_1, G_2 יש מעגל אוילר, אז בהכרח ב G_x יש מעגל אוילר.



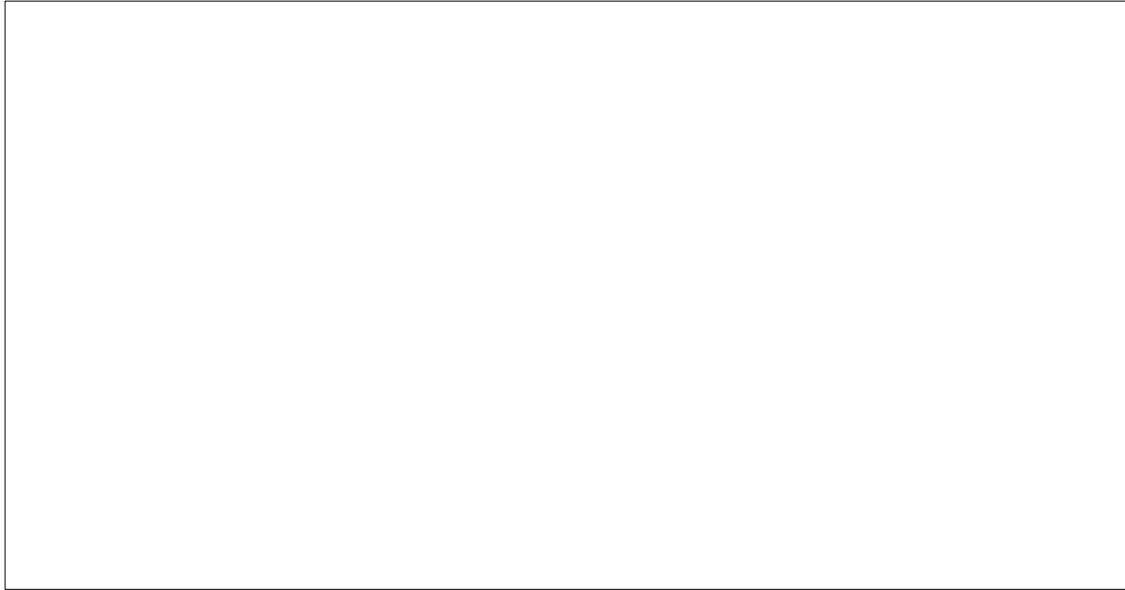
שאלה 7

שלשה בתמורה של $\{1, \dots, n\}$ היא קטע באורך 3 של התמורה שבו המספר הראשון קטן באחד מהשני והשני קטן באחד מהשלישי. למשל, בתמורה $(7, 8, 9, 6, 2, 3, 4, 5, 1)$ יש 3 שלשות. חשבו את תוחלת מספר השלשות בתמורה של $\{1, \dots, n\}$ המוגרלת באופן אחיד מאוסף כל התמורות.

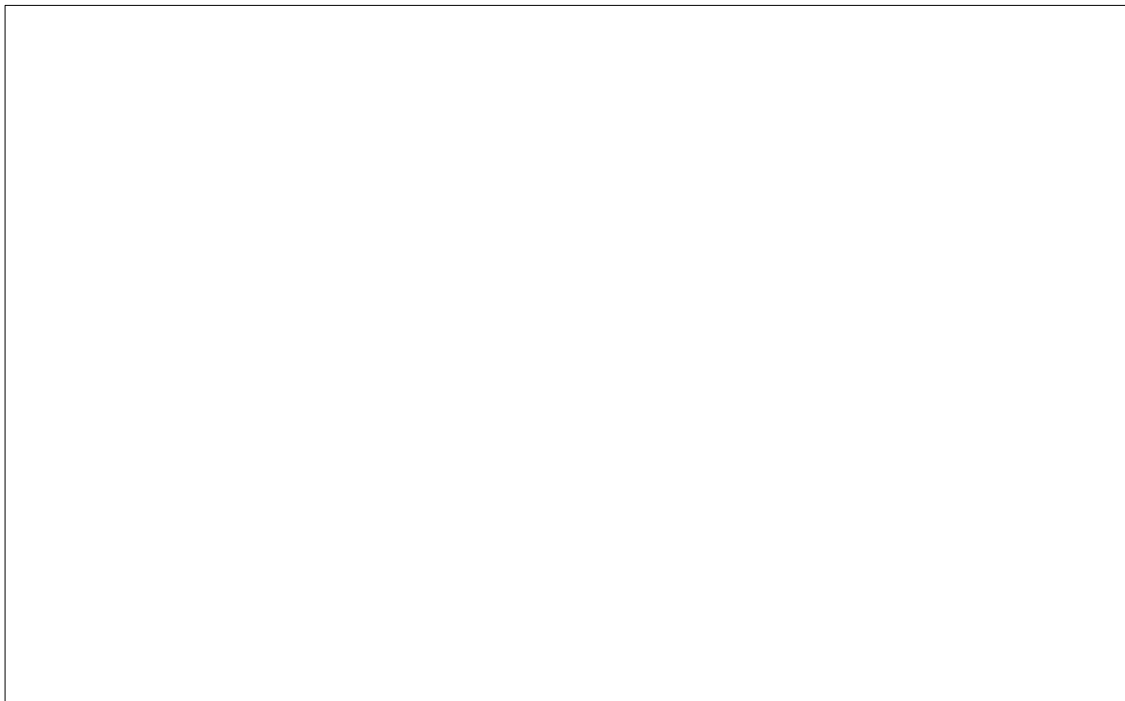
מס' נבחן: _____

שאלה 8

יהי X משתנה מקרי המקיים $E[X]=2$ וגם $\Pr[-1 < X < 5] = 1/3$.
א. (7 נק') הוכיחו כי השונות של X היא לפחות 6.



ב. (10 נק') נניח כעת כי השונות של X היא בדיוק 6. יהי Y משתנה מקרי המוגדר ע"י $Y=3X-2$. חשבו את התוחלת והשונות של Y .



בהצלחה !