

**אוניברסיטת בן-גוריון
המחלקה למדעי המחשב**

מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד א' סמסטר אביב	ד"ר סיגל אורן, פרופ' מתיא כץ, פרופ' עופר נימן, ד"ר נתן רובין, ד"ר יעל שטיין
7.7.2019 13:30	ג'ורדן איתן, יאיר אשלגי, גיל מלניק, נדב ברק, מני סדיגורסקי, נתי פטר, ארנוולד פילצר, אור קירלי
חומר עזר	אסור
משך הבחינה	שלוש שעות

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. **עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק.** משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.**

אי-שוויון מרקוב: $\Pr(X \geq \lambda E[X]) \leq \frac{1}{\lambda}$, ל- X אי-שלילי

אי-שוויון צ'בישב: $\Pr(|X - E[X]| \geq C) \leq \frac{V[X]}{C^2}$

בהצלחה !

8	7	6	5	4	3	2	1	שאלה
								ציון

	סה"כ
--	-------------

חלק א – ענו על 3 מבין השאלות 1-4

שאלה 1

יהי G גרף עם $n \geq 3$ קדקודים ו- m צלעות.

הוכיחו: אם $m > \frac{n^2-3n+4}{2}$, אז יש ב- G מעגל המילטון



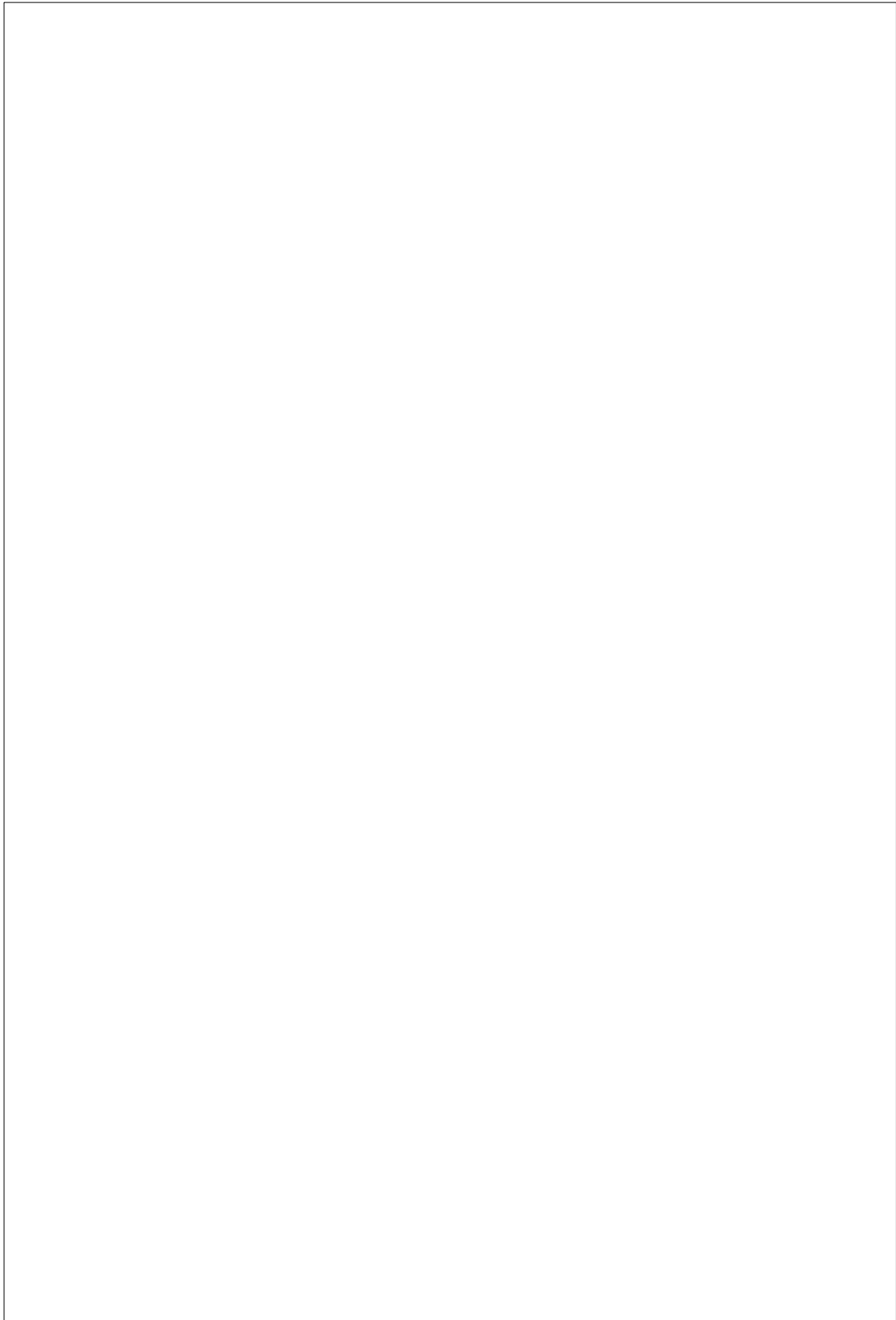
שאלה 2

ביום מסוים מקבלת רשות השידור חמישה תשדירים שונים של תעמולת בחירות. שניים מהתשדירים באורך דקה אחת, ושלושה מהם באורך שתי דקות. על העורכים להרכיב מהתשדירים תוכנית רצופה שאורכה 35 דקות, ללא הגבלה על מספר השידורים של כל תשדיר. כמה תוכניות שונות אפשריות? (הדרכה: כתבו נוסחת נסיגה המתארת את מספר האפשרויות, ופתרו אותה.)

מס' נבחן: _____

שאלה 3

יהי G גרף מישורי דו"צ 3-רגולרי. הוכיחו כי יש בגרף לפחות 6 פאות מרובעות.



שאלה 4

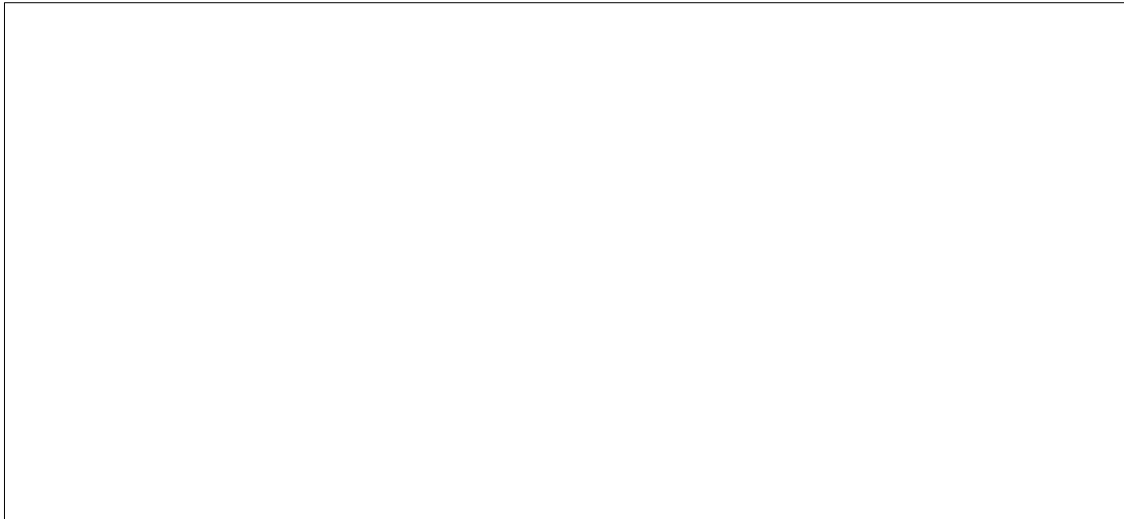
בליגת העל יש 18 קבוצות, בכל סיבוב כל אחת מהקבוצות משחקת מול קבוצה אחרת (שלא שיחקה מולה עד כה). הוכיחו כי לאחר 8 סיבובים בהכרח קיימות 3 קבוצות שעדיין לא שיחקו זו מול זו.

שאלה 5

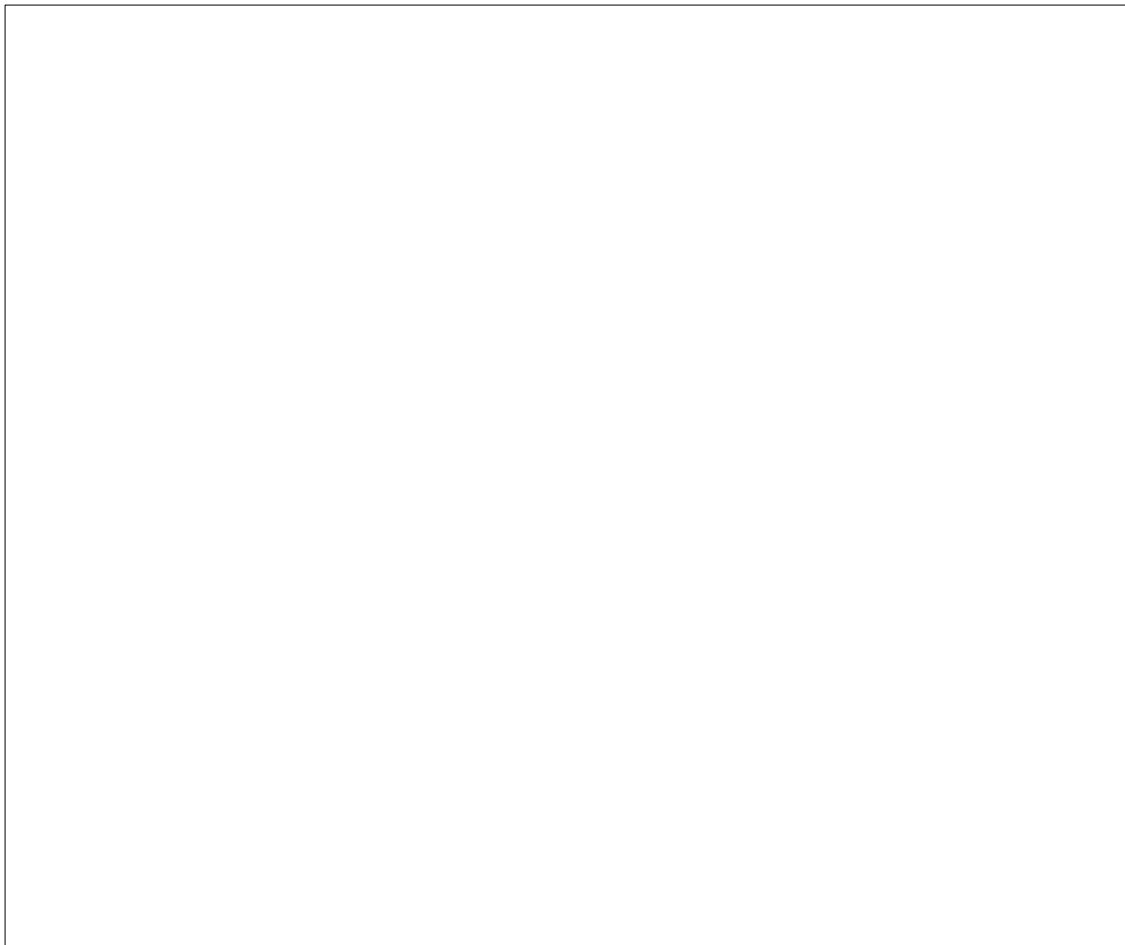
הוכיחו את משפט מנטל : יהי G גרף בעל n קודקודים וללא משולשים. אזי ב G יש לכל היותר $\frac{n^2}{4}$ צלעות. (ניתן להניח כי n זוגי).

שאלה 6

עבור גרף $G = (V, E)$, נגדיר את $G^2 = (V, E')$ להיות הגרף בו $\{u, v\} \in E'$ אם יש ל u, v שכן משותף ב- G . הוכיחו או הפריכו:
א. (7 נק') G קשיר $\leftarrow G^2$ קשיר



ב. (10 נק') G^2 קשיר $\leftarrow G$ קשיר



שאלה 7

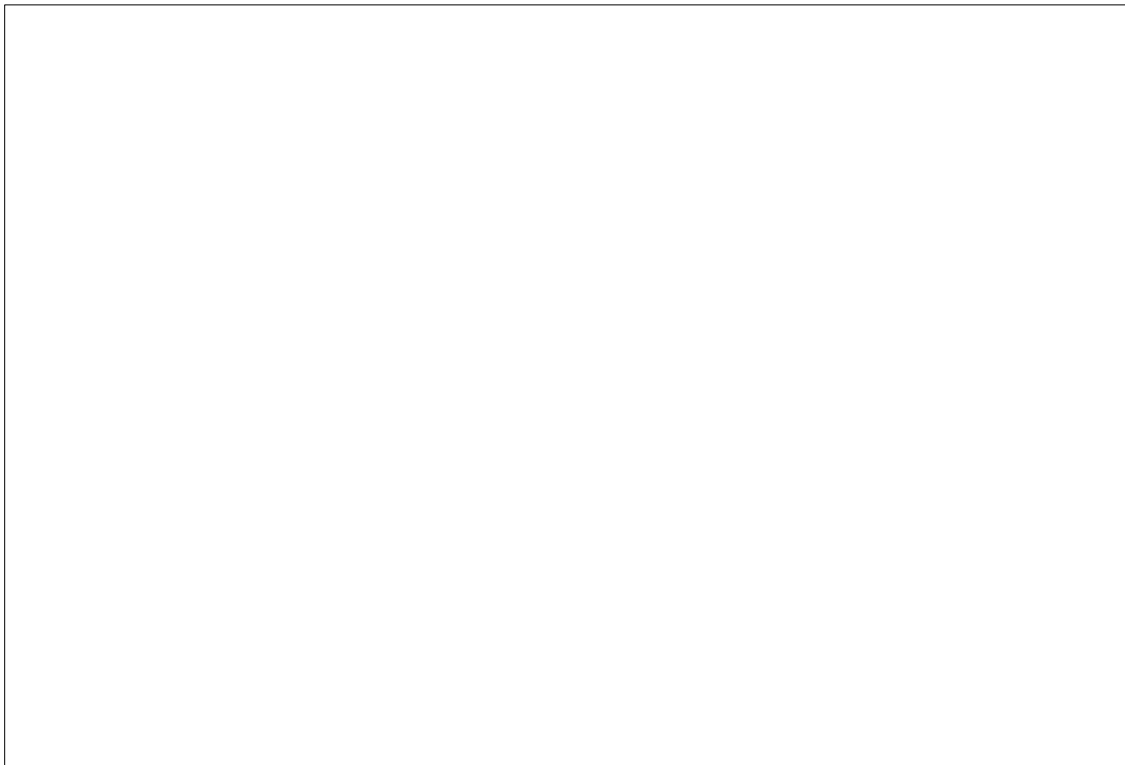
מועמד מתקבל לעבודה אם הוא עובר בהצלחה סדרה של שלושה ראיונות. הוא ממשיך לראיון הבא רק אם עבר בהצלחה את הקודם. ההסתברות להצלחה בראיון הראשון היא 0.4, ההסתברות להצלחה בראיון השני היא 0.2, וההסתברות להצלחה בראיון השלישי היא 0.5. אם ידוע כי מועמד מסוים לא התקבל לעבודה, מה ההסתברות שהוא נשר עקב כשלון בראיון השני?

שאלה 8

יוסי קנה 10^4 כרטיסים להגרלה בה עלות כל כרטיס היא 11 וכל כרטיס מוכרז ככרטיס זוכה בהסתברות $\frac{1}{10}$ (באופן בלתי תלוי בכרטיסים אחרים). כל כרטיס זוכה מזכה את מחזיקו ב-100.
א. (10 נק') מהן התוחלת והשונות של הסכום בו יזכה (לאחר ניכוי עלויות הכרטיסים)?



ב. (7 נק') הוכיחו כי הסיכוי שיוסי ירויח (כלומר הסכום בו יזכה בניכוי עלויות הוא חיובי) קטן מ- $\frac{1}{10}$.



בהצלחה !