

## אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית ד"ר נתן רובין, יעל שטיין	<b>מבנים בדידים וקומבינטוריקה</b> 202-1-1061 מועד ב' סמסטר אביב
טל באומל, ד"ר לילך חייטמן-ירושלמי, ד"ר סטוארט סמית, נתי פטר, ארנולד פילצר, עמית רוקח	27.7.2016 9:00
<b>אסור</b>	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

### הנחיות חשובות:

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק. משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.

## בהצלחה !

8	7	6	5

4	3	2	1

<b>שאלה</b>
<b>ציון</b>

	<b>סה"כ</b>
--	-------------

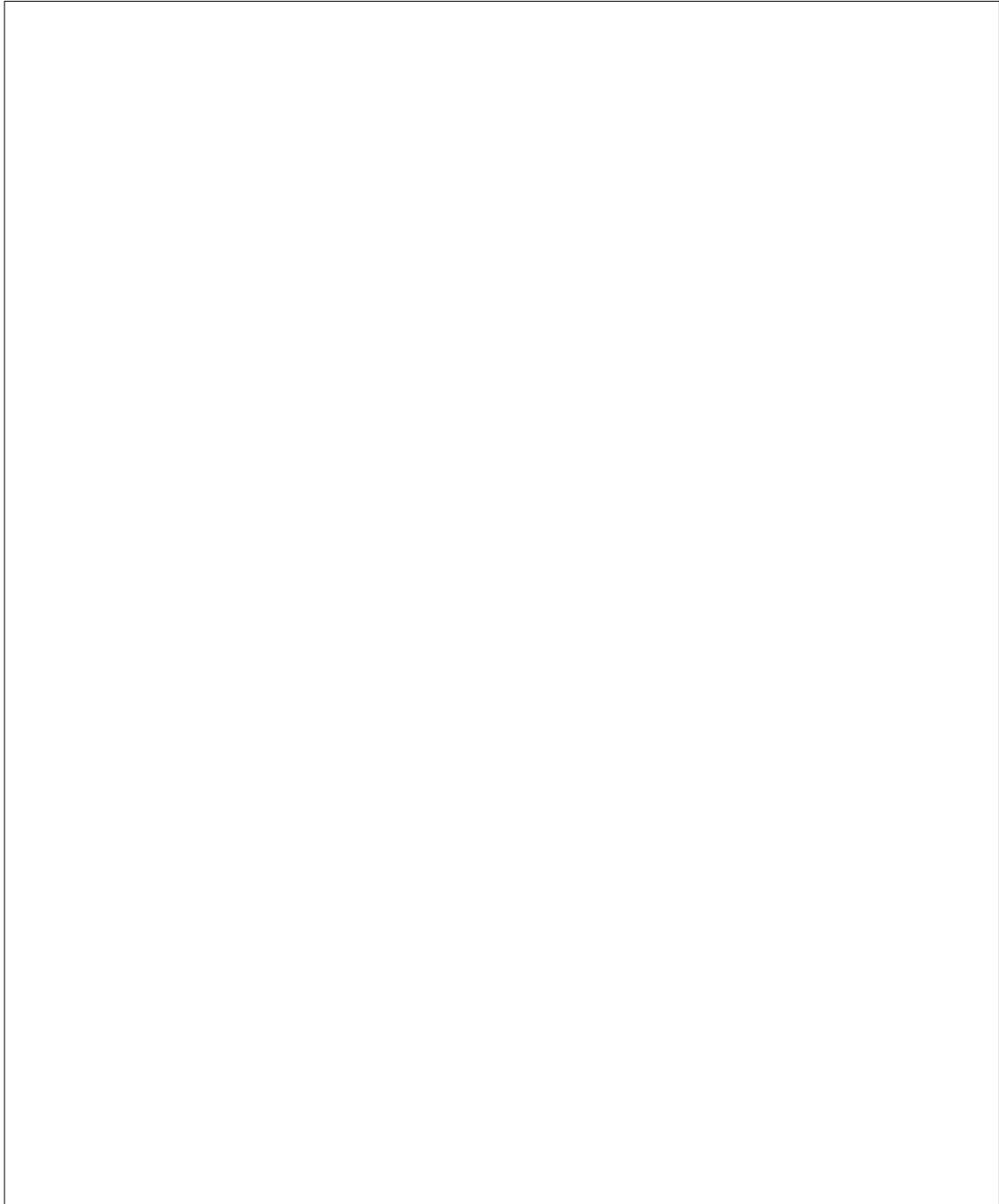
שאלה 1

הוכחו כי בגרף חסר משולשים עם  $n$  קדקודים קיימת קבוצה בלתי-תלויה מגודל לפחות  $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ .



שאלה 2

יהי  $T$  עץ שקוטרו לפחות 5. הוכיחו כי הגרף המשלים  $\bar{T}$  בהכרח מכיל מעגל המילטון.

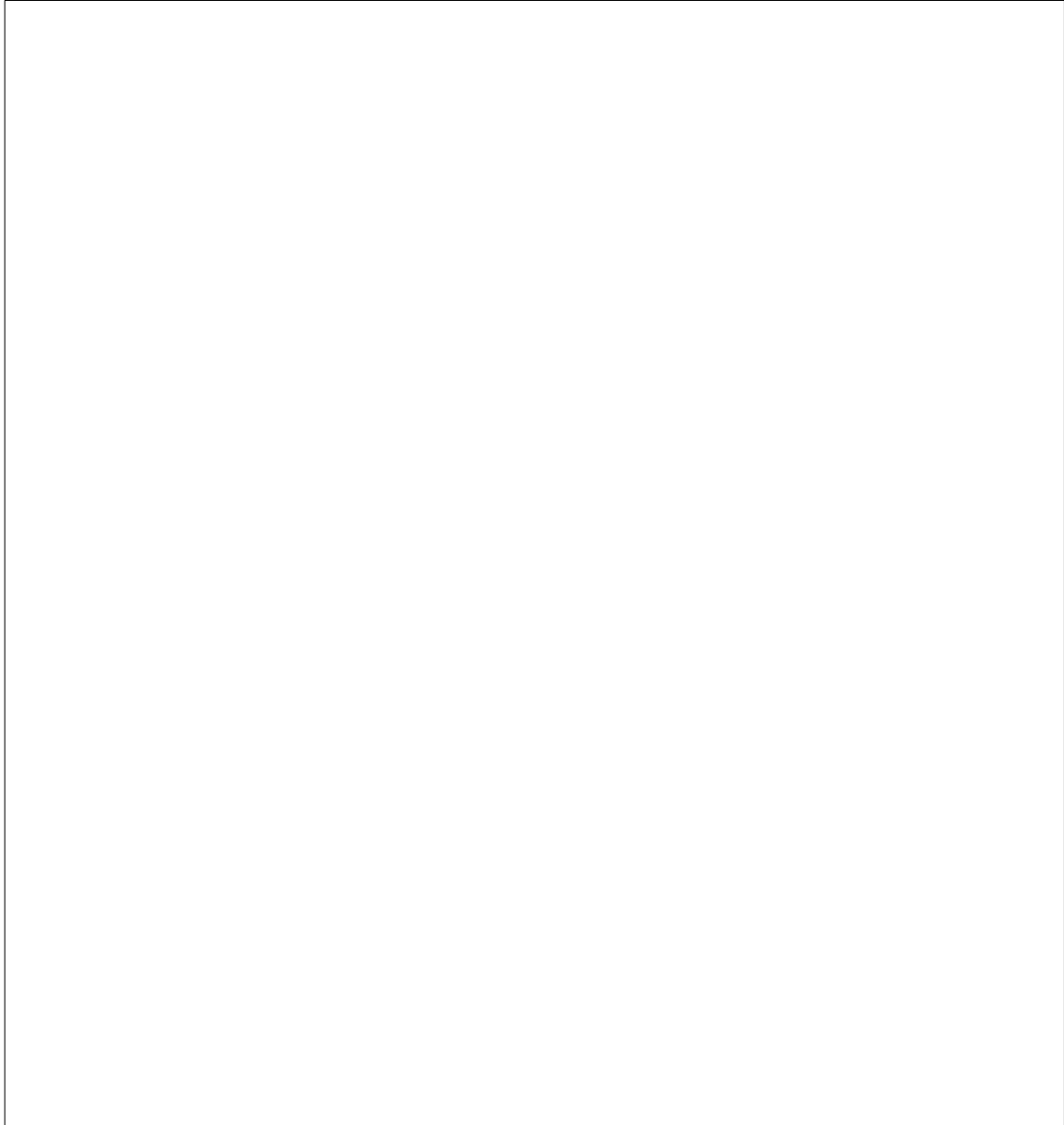


שאלה 3

כמה עצים מתויגים על  $n$  קדקודים ישנם עם בדיוק 3 עלים?

שאלה 4

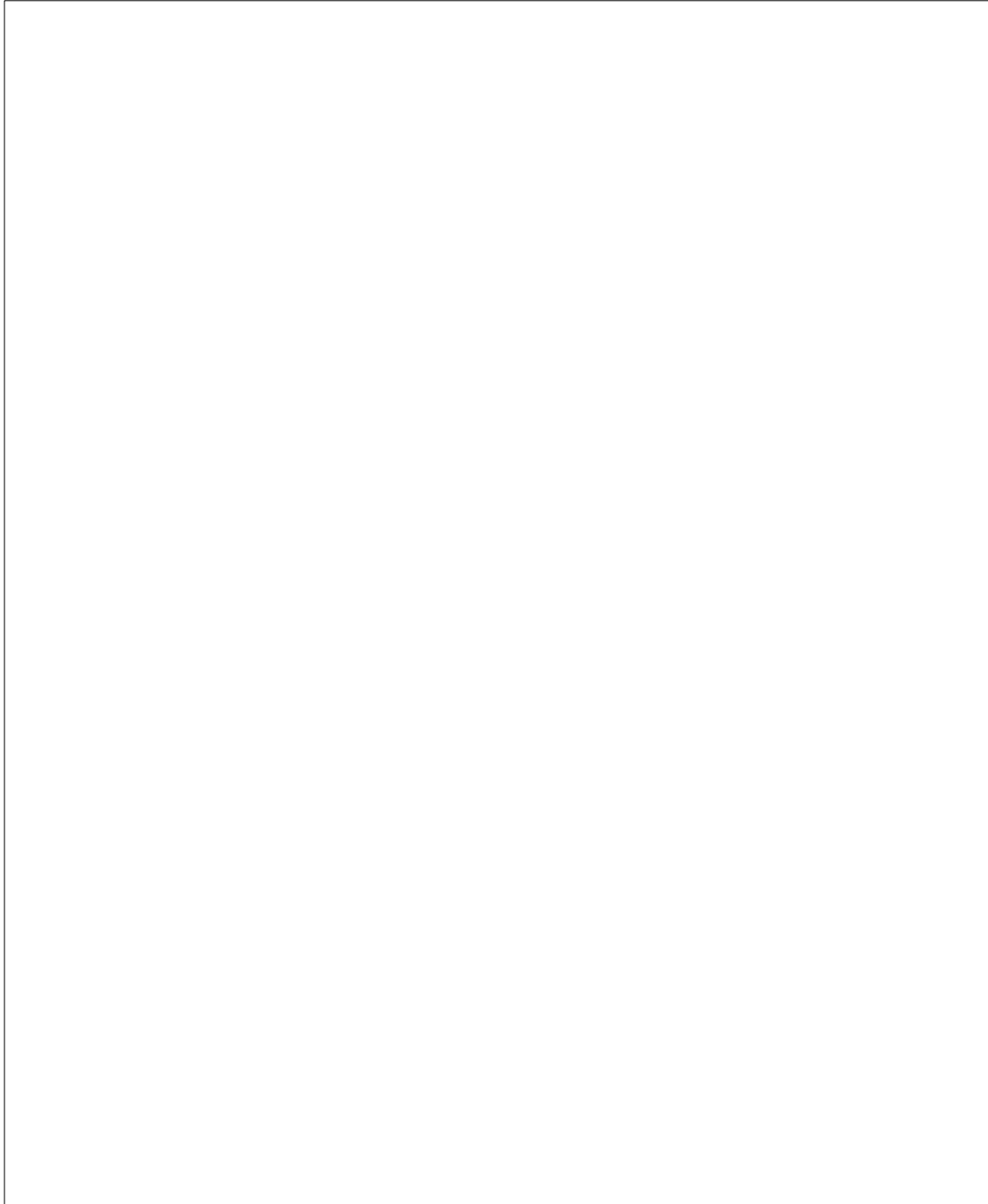
יהי  $G$  גרף 4-רגולרי מישורי, בו כל פאה היא משולש או מרובע (ולכן כל צלע חלה בבדיוק 2 פאות). כמה משולשים ישנם?



חלק ב – ענה על 3 מבין השאלות 5-8

שאלה 5

נסחו נוסחת נסיגה עם תנאי התחלה עבור מספר הסדרות מאורך  $n$  מעל  $\{0,1\}$  המכילות לפחות זוג אחד של 0-ים סמוכים.



שאלה 6

הוכיחו את משפט Ore. יהי  $G = (V, E)$  גרף עם  $n$  קדקודים,  $n \geq 3$ , המקיים את התכונה: לכל  $u \neq v \in V$  כך ש  $\{u, v\} \notin E$ ,  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ . אזי  $G$  מכיל מעגל המילטון.

שאלה 7

נניח כי  $m$  קשתים יורים לעבר  $n$  מטרות, כל קשת יורה לעבר מטרה אחת, אותה הוא בוחר באופן מקרי ואחיד (אין תלות בין בחירות הקשתים). יהי  $X$  משתנה מקרי שערכו מספר המטרות שלא נורה לעברן חץ, חשבו את  $E[X]$ .



שאלה 8

סטודנט נבחן באחת מבין הכיתות 101,102,103,104,105, בהסתברויות הבאות:

$$p(101) = 0.15 \quad p(102) = 0.2 \quad p(103) = 0.05 \quad p(104) = 0.5 \quad p(105) = 0.1$$

בכל כיתה יש הסתברות מסוימת שהבחינה תלך לאיבוד במהלך איסוף המחרות. להלן ההסתברויות שהבחינה תלך לאיבוד:

$$p(101) = 0.2 \quad p(102) = 0.6 \quad p(103) = 0.4 \quad p(104) = 0.2 \quad p(105) = 0.1$$

מה ההסתברות שהסטודנט נבחן בכיתה 102, אם מחברת הבחינה שלו לא נמצאה בכיתה 104 לאחר איסוף המחרות?

**בהצלחה !**