מס' נבחן:____________

אוניברסיטת בן-גוריון
המחלקה למדעי המחשב

מבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 מועד א' סמסטר אביב	פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית, ד"ר נתן רובין, יעל שטיין
4.7.2016 9:00	טל באומל, ד"ר לילך הייטמן-ירושלמי, ד"ר סטוארט סמית, נתי פטר, ארנולד פילצר, עמית רוקה
חומר עזר	**אסור**
משך הבחינה	שלוש שעות

<u>הנחיות חשובות:</u>

- המבחן כולל שני חלקים, ובכל חלק 4 שאלות. **<u>עליכם לענות על 3 שאלות בלבד מכל חלק</u>**. משקלה של כל שאלה הוא 17 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לשאלה שבחרתם להשיב עליה, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד השאלה. <u>לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק משאלה</u>.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטיוטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **<u>בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטיוטה.</u>**

אי-שוויון מרקוב: $\Pr(f \geq \lambda E[f]) \leq \frac{1}{\lambda}$

אי-שוויון צ'בישב: $\Pr(|f-E[f]| \geq C) \leq \frac{Var[f]}{C^2}$

בהצלחה !

שאלה	1	2	3	4	5	6	7	8
ציון								

<u>סה"כ</u>	

מס' נבחן:_______________

<u>חלק א – ענה על 3 מבין השאלות 1-4</u>

<u>שאלה 1</u>

חברת הובלות ושליחויות מחזיקה מכוניות מ- 10 דגמים שונים. מכל דגם יש לה בדיוק 5 מכוניות. בסוף השבוע מכוניות החברה מפוזרות באופן שרירותי בין 10 חניונים, 5 מכוניות בכל חניון. הוכח שניתן לבחור מכונית אחת מכל חניון כך שעשר המכוניות שנבחרו כוללות את כל הדגמים שברשות החברה.

מס' נבחן:__________________

שאלה 2

יהי $G = (V, E)$ גרף קשיר המכיל מעגל אוילר. בנוסף, נתון כי לכל $v \in V$ הגרף $G\setminus\{v\}$ מכיל מסלול אוילר.
הוכח כי G הוא מעגל פשוט.

מס' נבחן:________________

<u>שאלה 3</u>

יהיו $G_1 = (V, E_1)$, $G_2 = (V, E_2)$ שני גרפים מישוריים על אותה קבוצת קדקודים V.
נגדיר $G = (V, E_1 \cup E_2)$. הוכח כי ניתן לצבוע את קודקודי הגרף G (צביעה חוקית) עם 12 צבעים.

מס' נבחן:__________________

<u>שאלה 4</u>

מהו המספר המינימלי n כך שבכל צביעה של צלעות הגרף K_n באדום ובכחול, בהכרח יתקבל מעגל אי-זוגי אדום או K_{50} כחול?

מס' נבחן:________________

<u>חלק ב – ענה על 3 מבין השאלות 5-8</u>

<u>שאלה 5</u>

תהי π תמורה של $A = \{1,2,\dots,n\}$. קבוצה $B \subseteq A$ בת k איברים, $1 \le k \le n$, מהווה **מעגל** מאורך k ב- π, אם ניתן לסדר את איברי B בשורה $i_1, i_2, \dots, i_k$ כך שלכל $1 \le j \le k-1$ $\pi(i_j) = i_{j+1}$ וגם $\pi(i_k) = i_1$.
למשל: בפרמוטציה $\pi(1) = 4,\ \pi(2) = 2, \pi(3) = 1,\ \pi(4) = 3$ הקבוצה $\{1,3,4\}$ מהווה מעגל מאורך 3 (נסדר בשורה: 1,4,3). חשבו את תוחלת מספר המעגלים מאורך k בפרמוטציה מקרית של A.

מס' נבחן:_______________

<u>שאלה 6</u>

מטילים 4 "קוביות" C_1, C_2, C_3, C_4, כל אחת עם 5 פאות הממוספרות 1,2,3,4,5 . יהי f המשתנה המקרי שערכו הוא סכום תוצאות ארבעת ההטלות. מצא חסם תחתון גדול ככל האפשר להסתברות ש- $9 < f < 15$.

מס' נבחן:_______________

<u>שאלה 7</u>

יהיה G המולטי גרף המכוון הבא: $V = \{v_0, v_1, \dots, v_{n+3}\}$, לכל קדקוד v_i , $0 \le i \le n$, נכנסות 3 צלעות מ- v_{i+2} ו- 2 צלעות מ- v_{i+3} . נסמן ב- a_n את מספר המסלולים מ- v_n ל- v_0. חשב את a_n (כלומר, בטא את a_n כפונקציה של n).

<u>שאלה 8</u>

הוכח את נוסחת אוילר: יהי G גרף מישורי קשיר. אז $n + f - m = 2$, כאשר n מספר הקדקודים, m מספר הצלעות ו- f מספר הפאות של הגרף G.

בהצלחה !