

אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

פרופ' מתיא כ"ץ, ד"ר עופר נימן, ד"ר סטוארט סמית	מועד א' במבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061
טל באומל, יונתן גולדפלד, ארנוולד פילצר, עמית צור, יעל שטיין	03.07.13 09:00
אסור	חומר עזר
שלוש שעות	משך הבחינה

הנחיות חשובות:

- המבחן כולל 5 שאלות, **עליכם לענות על 4 שאלות בלבד** מתוך ה – 5. משקלה של כל שאלה הוא 25 נקודות. יש לנמק את תשובותיכם.
- אלא אם נאמר מפורשות אחרת, כל הגרפים הם פשוטים ולא-מכוונים.
- מותר לצטט משפט שנלמד בכיתה ללא הוכחה, אלא אם נתבקשתם להוכיחו.
- **במידה ואינכם יודעים את התשובה לסעיף כלשהו, רשמו "לא יודעים" (במקום תשובה) ותזכו ב-20% מניקוד הסעיף. לא ניתן לכתוב לא יודע על חלק מסעיף.**
- רצוי לפתור את המבחן תחילה במחברת הטייטה. לאחר מכן להעתיק את התשובות למקום המיועד לכך בטופס התשובות. **בדיקת המבחן לא תתחשב במחברת הטייטה.**

בהצלחה !

שאלה	א1	ב1	א2	ב2	ג2	א3	ב3	ג3	א4	ב4	א5	ב5	ג5
ציון													

מס' נבחן: _____

שאלה 1:

סעיף א (12 נקודות):

הוכח את הלמה הבאה:

תהי d_1, d_2, \dots, d_n סדרה של n מספרים שלמים, אזי

יש עץ מתויג עם n קודקודים שזוהי סדרת הדרגות שלו אם ורק אם $d_1, \dots, d_n \geq 1$ וגם $\sum_{i=1}^n d_i = 2(n-1)$.

מס' נבחן: _____

סעיף ב (13 נקודות):

יהי $G = (V, E)$ גרף עם n קדקודים שאין בו קדקודים מבודדים ואין לו תת-גרף מושרה עם בדיוק שתי צלעות (כלומר אין $S \subseteq V$ כך שמספר הצלעות בתת-גרף המושרה ע"י S הוא 2).
הוכח: G הוא הגרף השלם על n קדקודים, כלומר $G = K_n$. (רמז: אינדוקציה על n .)



מס' נבחן: _____

שאלה 2:

סעיף א (5 נקודות):

נכון או לא נכון: קיים גרף עם בדיוק שני רכיבי קשירות, כך שבכל אחד מהם יש בדיוק קדקוד אחד שדרגתו אי-זוגית.

(הקף את התשובה הנכונה)

לא נכון

נכון

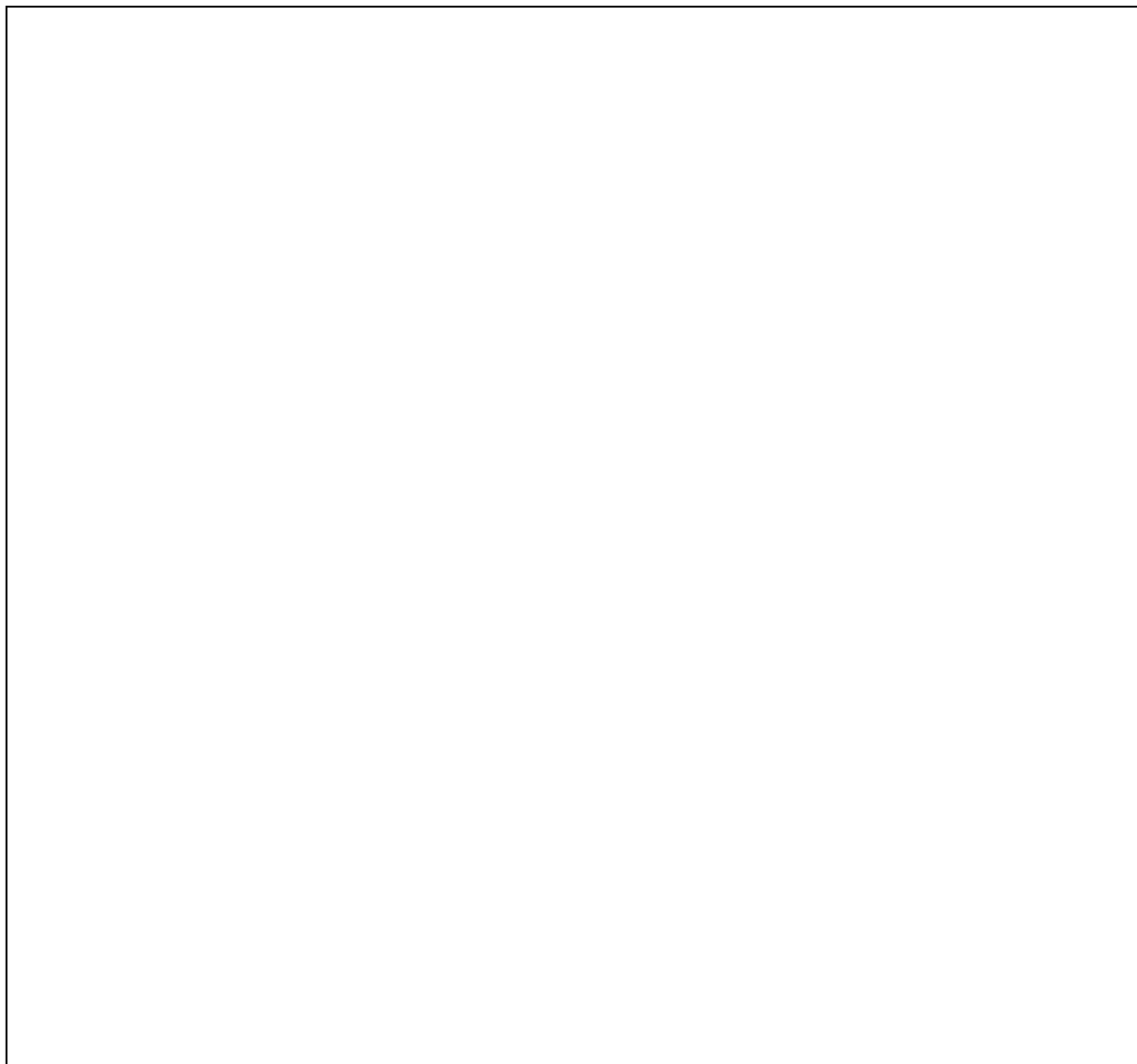
סעיף ב (10 נקודות):

יהי G גרף 4-רגולרי מישורי וקשיר עם 16 קדקודים.
אם כל אחת מפאותיו של G היא משולש או מרובע,
כמה פאות משולשות יש ב- G וכמה פאות מרובעות יש ב- G ?

מס' נבחן: _____

סעיף ג (10 נקודות):

יהי G גרף עם n קדקודים כך ש $n \geq \binom{7}{3}$ ואין ב- G קבוצה בלתי תלויה בגודל 4. (תזכורת: קבוצה S של קדקודים היא בלתי תלויה, אם אין ב- G צלע המחברת בין זוג קדקודים מ- S). הוכח ש- G אינו 4-צביע.



שאלה 3:

סעיף א (6 נקודות):

יהי n מספר שלם חיובי ותהי $A = \{0, 1, 2\}$.
יהי $\Omega = \{(a_1, \dots, a_n) \mid a_1, \dots, a_n \in A\}$ מרחב הסתברות עם התפלגות אחידה, ויהי f המשתנה המקרי שמתאים לכל סדרה $(a_1, \dots, a_n) \in \Omega$ את הסכום: $f((a_1, \dots, a_n)) = \sum_{i=1}^n ia_i$.
חשב את התוחלת $E[f]$.

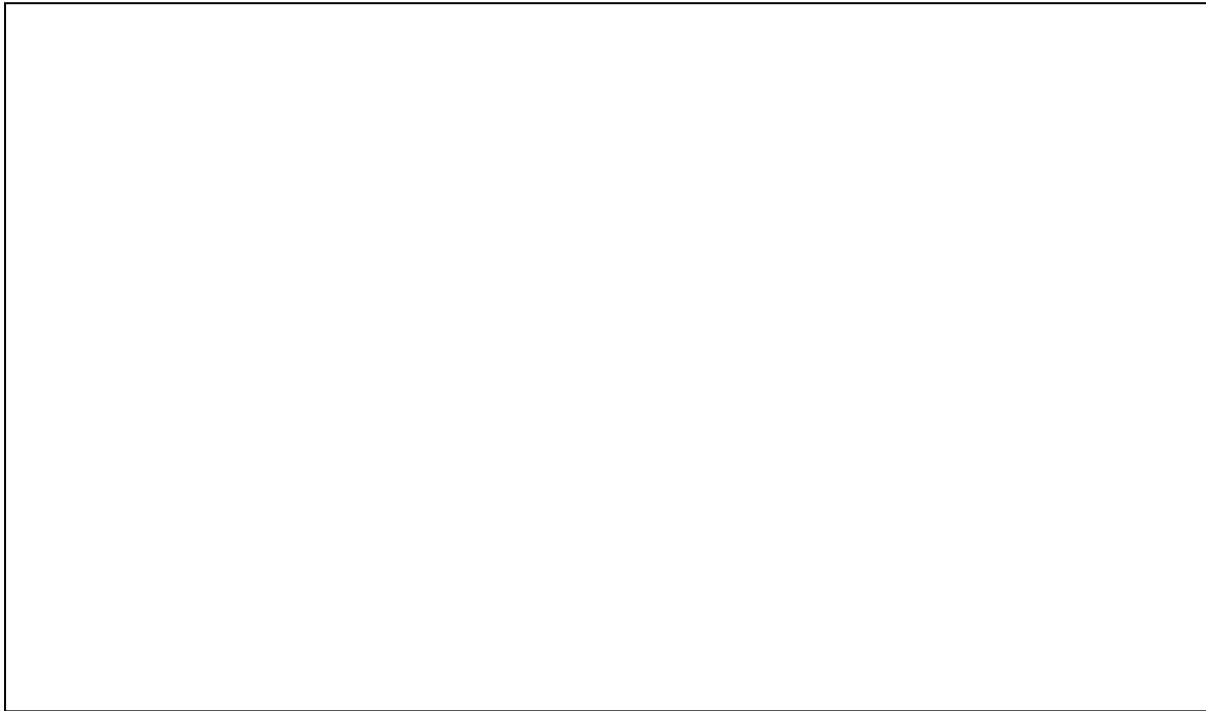
סעיף ב (9 נקודות):

בתא מספר I יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים אדומים. בתא מספר II יש כדור שחור אחד וכדור אדום אחד. בוחרים באקראי באחד משני התאים ושולפים מתוכו כדור באופן אקראי. נסמן ב- B את המאורע "הכדור שנבחר הוא שחור" וב- A_I את המאורע "נבחר תא מספר I". חשב את $\Pr(A_I|B)$.

מס' נבחן: _____

סעיף ג (10 נקודות):

צובעים את צלעות הגרף השלם על 5 קדקודים K_5 בשני צבעים, כחול ואדום, כדלהלן: לכל צלע e בגרף, מטילים מטבע הוגן וצובעים את e בכחול אם ורק אם יצא "עץ". חשב את המספר הצפוי של משולשים כחולים בגרף הצבוע (כלומר, את תוחלת מספר המשולשים הכחולים במרחב ההסתברות המתאים).



שאלה 4:

סעיף א (15 נקודות):

נסמן ב $\#_x(w)$ את מספר המופעים של האות x במילה w . מצאו נוסחת נסיגה (בודדת), יחד עם תנאי התחלה, עבור מספר המלים w באורך n מעל הא"ב $\{a, b, c\}$, כך שבכל רישא p של w מתקיים $|\#_b(p) - \#_c(p)| \leq 1$.

מס' נבחן: _____

סעיף ב (10 נקודות):

הסדרה a_1, a_2, a_3, \dots נתונה על ידי נוסחת הנסיגה $a_n = 8a_{n-1} - 7a_{n-2}$ ותנאיי ההתחלה $a_0 = 3$ ו- $a_1 = 15$. מהו a_{50} ?



שאלה 5:

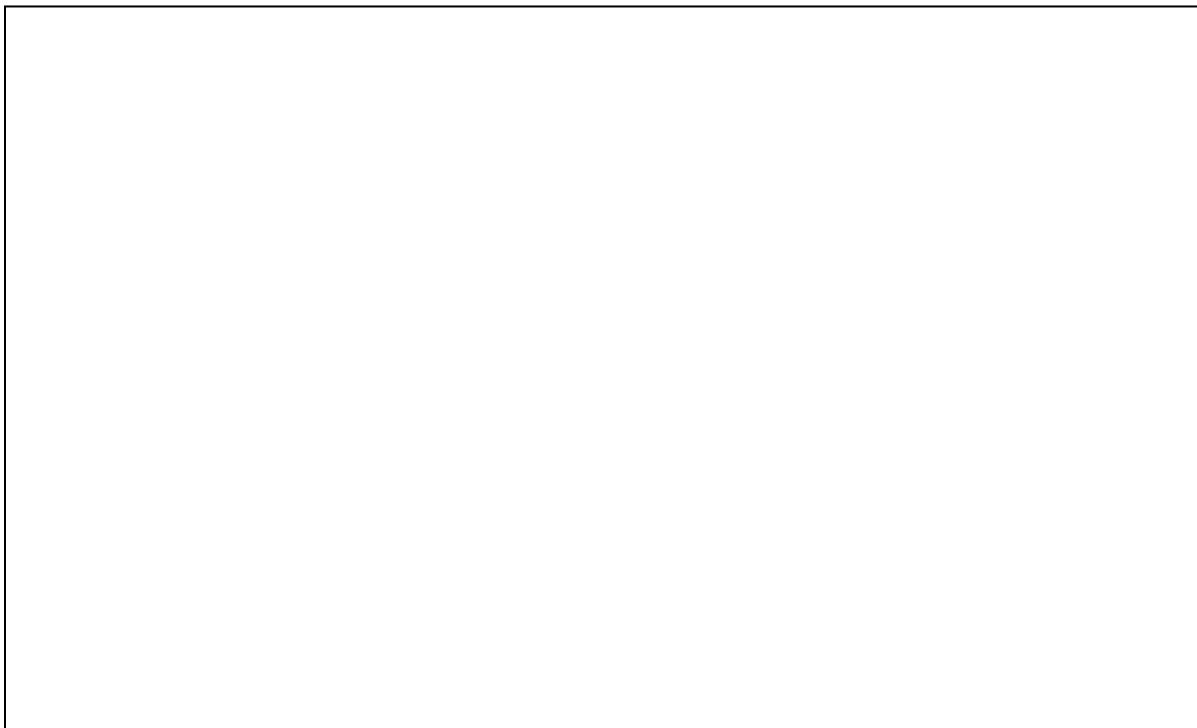
סעיף א (9 נקודות):

קוסם יוצר שיקוי סודי מ-8 חומרים m_1, m_2, \dots, m_8 . את החומרים עליו להוסיף אחד אחד תוך כדי בחישה, אך עליו להימנע מלהוסיף את m_3 מיד אחרי m_5 או m_8 , וכמו כן עליו להימנע מלהוסיף את m_6 מיד אחרי m_4 , כיוון שזה עלול לגרום לפיצוץ. בכמה דרכים יכול הקוסם להוסיף את החומרים ביצירת השיקוי?

מס' נבחן: _____

סעיף ב (8 נקודות):

מהו מספר המחלקים המשותפים של 3000 ושל 1800?



סעיף ג (8 נקודות):

כמה מספרים טבעיים יש בטווח [40000 – 70000] שסכום ספרותיהם 12 וספרת האחדות שלהם היא 1?

