

אוניברסיטת בן-גוריון המחלקה למדעי המחשב

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| ד"ר סיגל אורן, פרופ' מתיא כ"ץ, פרופ' עופר נימן, ד"ר נתן רובין, ד"ר יעל שטיין | בוחן במבנים בדידים וקומבינטוריקה 202-1-1061 |
| ג'ורדן איתן, יאיר אשלגי, נדב ברק, גיל מלניק, מני סדיגורסקי, נתי פטר, ארנולד פילצר, אור קירלי | 12.4.2019 |
| אסור | חומר עזר |
| שעתיים וחצי | משך הבחינה |

הנחיות חשובות:

- ענו על 8 מתוך 10 השאלות הבאות.
- משקל כל שאלה הוא 13 נקודות, כך שניתן לצבור לכל היותר 104 נקודות.
- בכל שאלה בדיוק אחת מבין ארבעת האפשרויות היא נכונה.
- רשמו את תשובותיכם בטבלה למטה בכתב ברור ובעט.
- במידה ותענו על יותר מ- 8 שאלות, רק 8 השאלות הראשונות עליהן עניתם תיבדקנה.
- בדיקת הבוחן לא תתחשב בחישובים ו/או הסברים על גבי טופס המבחן ובמחברת הטיוטה.

בהצלחה !!!

| | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-------|
| 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | שאלה |
| | | | | | | | | | | תשובה |

| | |
|--|-------------|
| | <u>ציון</u> |
|--|-------------|

1. ישנם 5 סוגים של ממתקים שרוצים לחלק ל-12 ילדים. ברשותנו כמות לא מוגבלת של ממתקים זהים מכל סוג. כמה אפשרויות ישנן כך שכל ילד יקבל לכל היותר ממתק אחד מכל סוג?

- א. $12 \cdot 2^5$
- ב. $\binom{16}{5}$
- ג. $\binom{12}{5}$
- ד. 2^{60}

2. נתונות 65 נקודות במישור, ונתון שמתוך כל ארבע מהן, ישנן שתי נקודות במרחק לכל היותר 1 זו מזו. מהו ה- k הגדול ביותר, כך שבהכרח קיים כדור ברדיוס 1 המכיל לפחות k נקודות?

- א. 22
- ב. 32
- ג. 33
- ד. 16

3. בסדר פסח יש 3 סוגי יין: לבן, רוזה ואדום. מה מספר האפשרויות לשתיית 4 כוסות יין כאשר הסדר חשוב, אך אין לשותות ברצף [לבן, רוזה, אדום], וגם לא [רוזה, אדום, לבן]?

- א. 80
- ב. 53
- ג. 79
- ד. 70

4. לכיתה של 21 תלמידים הוצעו 5 פרויקטים שונים, כאשר 2 פרויקטים מתאימים לביצוע על ידי קבוצות של 3 סטודנטים, ויתר הפרוייקטים מצריכים קבוצות בגודל 4, 5 ו-6 סטודנטים בהתאמה. בכמה דרכים שונות הסטודנטים יכולים להתחלק לקבוצות עבודה?

- א. $\binom{21}{3,3,4,5,6}$
- ב. $\frac{1}{2} \cdot \binom{21}{3,3,4,5,6}$
- ג. $\frac{1}{5!} \cdot \binom{21}{3,3,4,5,6}$
- ד. $\frac{1}{4!} \cdot \binom{21}{3,3,4,5,6}$

5. בכמה דרכים ניתן לבחור k איברים שונים מתוך $\{1, \dots, n\}$ ללא חשיבות לסדר הבחירה, כך שלפחות שניים מתוך k האיברים הנבחרים שייכים לקבוצה $\{1, \dots, m\}$, עבור $m \leq n$ כלשהו?

- א. $\binom{m}{2} \cdot \binom{n-m}{k-2}$
- ב. $\binom{n}{k} - 2 \cdot \binom{n-m}{k}$
- ג. $\binom{n}{k} - \binom{n-m}{k} - m \cdot \binom{n-m}{k-1}$
- ד. $\binom{m}{2} \cdot \binom{n-2}{k-2}$

6. איזה מהביטויים הבאים שווה ל $\sum_{l=k}^n \frac{l}{(l-k)!} \binom{n}{l}$?

- א. $\frac{n!}{k!} \cdot k^2$
- ב. $\binom{n}{k} \cdot 2^n$
- ג. $\frac{n!}{(n-k)!} \cdot 2^{n-k}$
- ד. $2^{n-k} \cdot k!$

7. מהו סכום המקדמים בביטוי $(w + x + y + z)^5$?

- א. $\sum_{i=0}^5 \binom{5}{i}$
- ב. $\binom{5}{2,1,1,1}$
- ג. 4^5
- ד. 20

8. ל-3 מהבעיות הבאות יש פתרונות שווים בערכם, בחרו את הסעיף יוצא הדופן:

- א. מספר האפשרויות לסדר 120 כדורים זהים ב-120 תאים מובחנים.
- ב. מספר הפתרונות של אי השוויון $x_1 + \dots + x_{120} \leq 120$ בשלמים אי-שליליים.
- ג. מספר הסדרות באורך 240 מעל $\{0,1\}$ בהן מס' האפסים שווה למס' האחדות.
- ד. מספר הסדרות המונוטוניות עולות ממש מעל $\{1,2,\dots,240\}$ שאורכן 120.

9. בסופרמרקט השכונתי ישנן 3 קופות ו-13 קונים. בכמה דרכים ניתן לחלק את הקונים ל-3 תורים, כך שבכל תור יהיה לפחות קונה אחד אך לא יותר מחמישה קונים? (ידוע שבין הקופאים ישנם מהירים יותר ופחות, כך שהתורים הינם מובחנים.)

- א. $13! \cdot 9$
- ב. $13! \cdot 6$
- ג. $13! \cdot \binom{15}{2}$
- ד. $13! \cdot 3$

10. כמה סדרות סוגריים מאוזנות מאורך 200 המתחילות ב(((ישנן?

- א. $\frac{1}{101} \binom{200}{100} - \frac{1}{100} \binom{198}{99} + \frac{1}{99} \binom{196}{98}$
- ב. $\frac{1}{101} \binom{200}{100} - \frac{1}{50} \binom{198}{99}$
- ג. $\frac{1}{101} \binom{200}{100} - \frac{2}{99} \binom{198}{99}$
- ד. $\frac{1}{101} \binom{200}{100} - \frac{1}{100} \binom{198}{99} - \frac{1}{99} \binom{196}{98}$