

תרגיל בית 6

1. יהי $G = (V, E)$ גרף d -רגולרי עם n קודקודים. הוכיחו כי קיים ב- G זיווג בגודל לפחות $\frac{n}{4}$.
 רמז: השתמשו בצביעה חוקית של צלעות הגרף, כאשר בצביעה כזו כל שתי צלעות עם קודקוד משותף צבועות בצבעים שונים.

2. הוכיחו כי בכל צביעה של צלעות K_6 באדום ובכחול יש:
 א. לכל היותר 18 משולשים דו-צבעיים
 ב. לפחות 2 משולשים חד-צבעיים

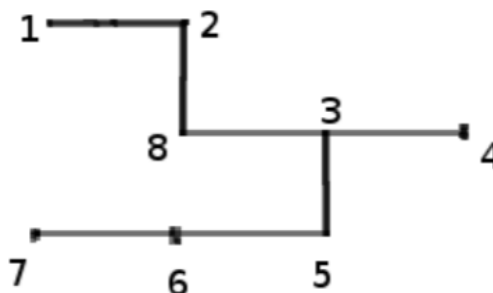
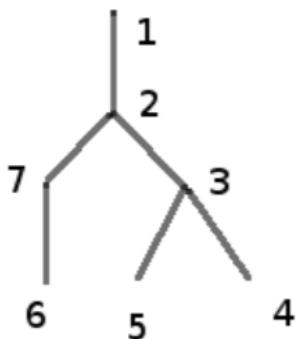
(הדרכה: הגדירו זווית דו-צבעית כזוג צלעות בצבעים שונים שיש להן קודקוד משותף. חשבו את מספר הזוויות הדו-צבעיות המקסימלי שיכול להיות בגרף. לאחר מכן בעזרת מספר הזוויות הדו-צבעיות בגרף ספרו את מספר המשולשים הדו-צבעיים בגרף).

3. מניחים מטבעות על לוח שח (כלומר לוח משבצות בגודל 8×8), כך שבכל שורה ובכל עמודה יש בדיוק 4 מטבעות. הוכיחו כי ניתן לבחור 8 מטבעות, כך שאין 2 מתוכן שנמצאות באותה שורה או באותה עמודה.

4. הוכיחו כי $R(4,4) \leq 18$

5.

א. חשבו את קוד פרופר של העצים הבאים:



ב. ציירו את העצים המתאימים לסדרות הבאות:

1,2,3,4,4,5

6,6,6,3,4

6. תהי $V = \{1,2,3, \dots, n\}$ קבוצה של קודקודים כך ש- $n > 5$. כמה עצים מתויגים ישנם מעל V כך שהקודקודים 1,2,3 הם עלים ואורך המסלול הקצר ביותר בין כל שניים מהם גדול ממש מ-2?

7. א. בכמה מהעצים על הקודקודים המתויגים $\{1,2,3,4,5,6\}$ הקודקוד 6 הוא עלה?
 ב. בכמה מהעצים על הקודקודים המתויגים $\{1,2,3,4,5,6\}$ הקודקוד 6 הוא עלה וישנה הצלע $\{1,2\}$?