



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

מדור בחינות

תאריך הבחינה: 5.3.02  
 שם המורה: יבית זינוף  
 מבחן ב: יס/צ/ת מתמטיים למצבה"מ  
 מסי הקורס: 202-1-9301  
 מיועד לתלמידי: 206, 203, 146, 142  
 שנה: תשס"ג סמי: א' מועד: ב'  
 משך הבחינה: 3.5 ש/ת  
 חומר עזר: סארי מחשבון/אתר  
צף הנוסחאות יסופק  
 סך הכפ עמ' ציגים: 4

מסי מבחן: \_\_\_\_\_

הערות כלליות:

- תשובה לכל נימק לא מתקבלת;
- יש להציג תשובות לשאלות מספריות בצורה מלאה,  $n! / (k-1)!$  ולא  $n \dots (k+2)(k+1)k$ ;
- צורת הכחה פורמלית של טענה כלשהיא צריכה להיות כן בלאיקה: ציך סצרת צעצים בלחים עם נימקיס. כן כן, ניתן להעצר בתת-טענות, אכתות בנפרד.

מבנה המבחן:

- סך הכל 102 נקודות;
- יש לענות על בזיק אחת מתוך שאלות 4, 5 ובזיק אחת מתוך שאלות 8-9.

המלצות:

- לפני לנסות שיטת בתרון כבזה, כצאי לנסות שיטות קלות יותר;
- לסעיף ב', כצאי לבזוק האם ניתן להעצר בסעיף א' טופילו אם לא ענית עליו);
- כצאי לקרוא תשובותך לפני הגשת העבודה.

בהצלחה!

שאלה 1 (14 נקודות)

כמה מחלקים שלמים יש למספר  $504,300$  מעל?  
והמספרים  $(n, m)$  אשר  $n$  כפול המספר הקטן ביותר  
של  $n-1$ .

שאלה 2 (14 נקודות)

(10) ה' תכין את השלישן הבא:

$$\binom{n}{1} + 3 \cdot \binom{n}{3} + 5 \cdot \binom{n}{5} + \dots = 2 \cdot \binom{n}{2} + 4 \cdot \binom{n}{4} + 6 \cdot \binom{n}{6} + \dots$$

כאשר סמל "..." אומר: "עצם סדרת המקדמים  
הבינאמיאליים".

(4) ב' תראה/י שיש ערך  $n$  כך ש-

שאלה 3 (14 נקודות)

באחרים ארבע בעמים מספר בין  $1$  ל- $10$  (כולל  
 $1$  ל- $10$ ), באופן בלתי תלוי (כמו הטלת קוביה).

(2) א' כמה בחירות שלול קיימות, אם מתחשבים

בסדר הבחירה?

(6) ב' כמה בחירות שלול קיימות, אם אין חשיבות

לסדר הבחירה?

(6) ג' כמה בחירות מתקבלות שיש בהן  $1$  סכום

המספרים שבתו הוא  $1$ ?

שאלה 4 (14 נקודות)

לכל אחד מהסקות הראשונות הבאות, תמצא/י נגזמה נגזית או תראה/י שאין כזאת. חובה להציג חפז הנגזמה האופן שיטתי, כנראה בקורס, ולא צ"י נחוש. כמו כן, חסר נגזמה נגזית צריך להראות צ"י אי-הצלחה למחרת של חפז השיטתי הנ"ל, ולא צ"י האכזר נגזמה ההסקה (כלומר, צריך להראות, שמהנחת אי-נגזמה המסקנה, בהכרח משיגים למחרת).

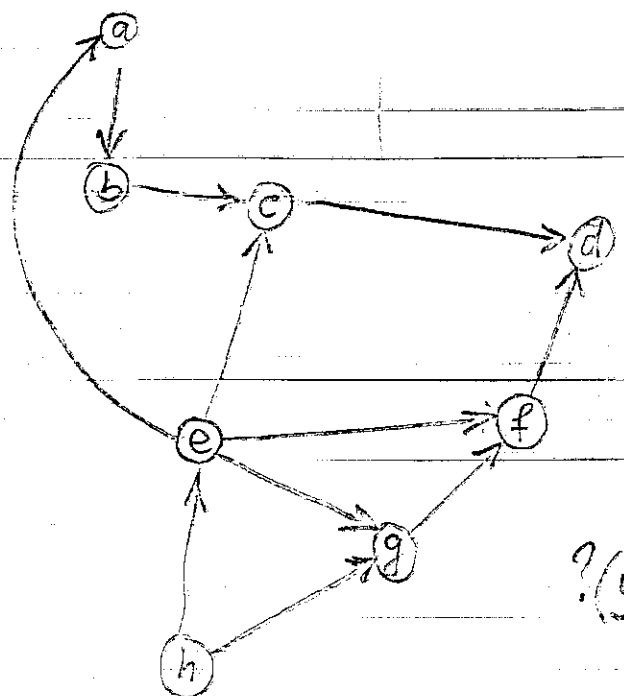
$\begin{aligned} & q, v, u \\ & (\pm \wedge s) v (\pm \wedge q) \\ & T_0 \rightarrow (\rightarrow q \rightarrow \rightarrow r) \\ & \frac{(q, v \wedge v t) \wedge (u \wedge - p)}{\therefore r \rightarrow q} \end{aligned}$	$\triangle (8)$	$\begin{aligned} & (6) \quad \rightarrow r \rightarrow (s \vee t) \\ & \rightarrow s \rightarrow (p \vee \neg q) \\ & p \rightarrow T_0 \\ & \frac{\Gamma \wedge \rightarrow q}{\therefore \rightarrow (p \wedge \neg q)} \end{aligned}$
---	-----------------	--

שאלה 5 (8 נקודות)

בתוך רבוע שצלעו 1 נמצאות 243 נקודות. תכתיב/י שקיים מעיף בעל תיחס  $\frac{5}{77}$ , שבתלבו נמצאות לבחור שלוש נקודות.

שאלה 6 (12 נקודות)

הצור נתונה תצוגה של סדר חלקי.



(4) אי אילו צלעות צריך להוסיף לשם להגיע לתצוגה מטאה (כלומר, כאשר ה"ם לא י"א תתקיים צלע מ-א-ב-ט)?

- (4) ה' איזו צלעות צריך להוסיף, לשם להפוך לציטאדנת  
 הקצה אל הסדר?  
 (5) גי כמה תצוגות שלמות קיימות לסדר המיוצג בצורה?

שאלה 7 (15 נקודות)

למסיבה בלום חמישה זוגות בעל ואשה. משיבים את 10  
 המשתתפים סביב שולחן עגול בעל 10 מקומות, כאשר  
 התנאי היחיד הוא שכל בעל לא יושב סמוך לאישה.  
 כמה אלפי הופעות כאלה המצגליים שנים קיימים  
 (אין חשיבות לתוצאה סביב השולחן)?

רמז: תדעו לי בשיטת הכלה והפרדה.

שאלה 8 (18 נקודות)

תאבדו לי אל תביטו לי צלמה נכזית, עברו הטענות הבאות על פונקציות:

(6) א'  $f(A \cup [B \cap C]) \stackrel{?}{=} f(A) \cup [f(B) \cap f(C)]$

(4) ב'  $f(A \setminus B) \stackrel{?}{=} f(A) \setminus f(B)$

(8) ג'  $g \stackrel{?}{\leftarrow} [(f \circ g) \cap (g \circ f)]$  הח"ע.

תצבולות:  $(f \circ g)(x) = g(f(x))$  רמז: תדעו לי בצורה גרפית.  
 $f(A) = \{f(a) \mid a \in A\}$ ,  $A \subseteq X$ ,  $f: X \rightarrow Y$

שאלה 9 (18 נקודות)

נתונה רעציה סימטרית R בשהטו וסלקו טרנזיטיבי אלה  $R^*$ .

(6) א' אם R היא רפלקסיבית, תאבדו לי ש- $R^*$  היא רעצית שקילות.

(6) ב' אם R היא אינה רפלקסיבית, תאבדו לי צלמה נכזית לכך.

(6) ג' גי מצא לי תנאי P על R באותו שם R עצמה (אלו באותו שם)

של תאלו גרפו שלם), הנוסף לסימטריות, כאשר  $R^*$

היא שקילות אמ"ח P מתקיים.



אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

מדור בחינות

מסי נבחן: \_\_\_\_\_

תאריך הבחינה: 20.2.02

שם המורה: יבית ציוני

מבחן ב: יס/ת מתמטיים למזכה"מ

מסי הקורס: 202-1-9301

מיועד לתלמידי: 206, 203, 146, 142

שנה: מש"ס סמי: א' מועד: א'

משך הבחינה: 3.5 שעות

חומר עזר: סאר; מחשב/א/ת

3 הנוסחאות יסוק

סק הכל עמוזים: 4

הערות כלליות:

- תשובה ללא נימוק לא מתקבלת;
- יש להציג תשובות לשאלות מספריות בצורה מלאכותית, למשל  $\frac{n!}{(k-1)!}$  ולא  $n \cdot (k+2) \cdot (k+1) \cdot k$ ;

מבנה המבחן:

- סך הכל 105 נקודות;
- יש לענות על בדיוק אחת מתוך שאלות 3ב', 6ע' ובדיוק אחת מתוך שאלות 4ב' ו-8.

המלצות:

- לפני לנסות שיטת פתרון כבדה, כזאי לנסות שיטות קלות יותר;
- לסדר ב', כזאי לבדוק האם ניתן להעזר בסעיף א' (אפילו אם לא ענית עליו);
- כזאי לקרוא תשובותך לפני הפשת העבודה.

בהצלחה!

שאלה 1 (16 נקודות)

נצביר  $A$  בקבוצת כל המחלקים הטבעיים של מספר  $1,200,000$  נצביר רציה  $R$ :

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in A \wedge y \mid x\}$$

תחשבי את  $|A|$  ואת  $|R|$ .

שאלה 2 (16 נקודות)

תני ביטוי קצר ביותר שזה ערך הביטוי הבא:

$$\binom{17}{2} + \binom{18}{3} + \dots + \binom{146}{131} - \binom{132}{130} - \binom{133}{130} - \dots - \binom{146}{130}$$

שאלה 3 (15 נקודות)

נתונה רציה  $R$  בין  $A$  ל- $B$ , המקימת התנאי הבא:

$$a_1 R a_2 \wedge a_2 R b \implies a_1 = a_2$$

(8) א' תארזי קבוצות  $X$  ו- $Y$ , כאשר הרציה  $R^{-1}$  היא

בטקציה  $n$ - $X$  ל- $Y$ ; נמק.

(7) ב' תארזי כל האפשרויות לזוג  $X, Y$  ככה.

תמצו: תצטרו בזיורים.

שאלה 4 (16 נקודות)

תוכיחי בארמית,  $3 \times 3$  (כמו בלוגיקה):

$$(8) \text{ א' } (R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}, \text{ עבור כל שתי רציות } R, S.$$

$$(8) \text{ ב' } (R \circ S) \circ T = R \circ (S \circ T), \text{ עבור כל שלוש רציות } R, S, T.$$

(8) ב' אם  $R, S$  הם יחס שקילות המקימים

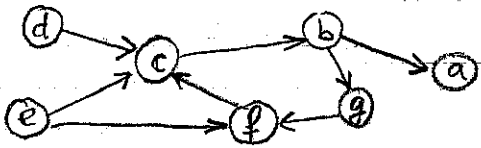
$$R \circ S = S \circ R, \text{ אז } R \circ S \text{ הוא יחס שקילות.}$$

שאלה 5 (16 נקודות)

תבשטי את הביטוי הבא:

$$(z \leftrightarrow t) \vee ([ (p \rightarrow q) \vee (z \wedge t) ] \wedge [ p \vee (t \wedge z) ])$$

שאלה 6 (17 נקודות)



נתבטן באלגוריתם למציאת סדר קלוי המתאים לסדר חלקי נתון, שמתמש בנהל Min, ובגרף המצוייר משמאל.

(8) א' תקי סדר תצאותיו של האלגוריתם בגרף, החל מ-a, ובנית סדר קלוי.

(2) ב' מה הוא התנאי, שמאפיין גרפים שהם תצואות של סדרים חלקיים? (במונחים של גרפים)

(7) ג' תנו תאור של האלגוריתם שבהניתן גרף, אלו מוצא סדר קלוי המתאים, אם הגרף מייצג סדר חלקי אפשרי, אלו מצולח שהגרף אינו חלקי, אחרת.

דמז לסעיף ג': האלגוריתם הרגיל משתמש בסיון אברים, שמעצמו "האבר כבר מתקם בסדר הקלוי". תשתמש/י בסוג סיון אברים אחר, בגורף.

שאלה 7 (19 נקודות) כל אחד מהמשתנים,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  מציגת חברי  
 מאפיינת של 7 מציגות  $x_1, x_2, \dots, x_n$  מאפיינת חברי  
 מאפיה של מציגה אחרת ל' זנאפ. התנאי: אלף בן-אדם  
 המבוקש במציגה ז' אינו מבקר במציגה ז',  $z \neq z$ .  
 בכמה אפנים ניתן לשבץ מאפיים, עבור כל אחד מהסעיפים  
 א' ו-ב' הבאים:

(9) א' מאפיים 7 אנשים, המבוקשים כל אחד במציגה  
 שונה מתוך  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . לכל מציגה נוסף בזיוק בן-אדם <sup>אחד</sup>  
 (כל מציגה נוספת בזיוק משפחה אחת)  
 (7) ב' כערת, משבצים 7 משפחות, שכל אחת מהן מארבת  
 מראש המשפחה וסבא <sup>בגב</sup> סק הכל מאפיים 14 אנשים.  
 7 מהם מתוארים בסעיף א', ורק הם יכולים להיות  
 ראשי משפחות. 7 אנשים נוספים גם הם מבוקשים  
 כל אחד במציגה שונה, מתוך  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

(3) [ז'-באנס] נתונים כמה בסעיף ב', אבל אין הזבלות,  
 מי מ-14 האנשים המאפיים יכול להיות ראש משפחה  
 ומי לא. מצאלי מצוץ שיטת הפתרון הבאה אינה  
 נכונה:

נחשב מספר השיבוצים כמה בסעיף ב',  
 ונכפיל אותו ב-2, כי בכל זאג, כל אחד משניים  
 יכול להיות ראש המשפחה.

שאלה 8 (7 נקודות)

נתונים 112 מספרים תלת סיפרתיים שלמים.  
 צרוק להוכיח, שקיימים שני מספרים מחתם,  
 כאשר ההפרש שלהם הוא מספר תלת סיפרתי  
 בעל 3 ספרות שוות.