מדיניות החינוך המתמטי ומתימטיקה **– רב-שיח**

**בהשתתפות: ניצה מובשוביץ-הדר (מנחה), יונאס עמנואלסון, דוידה פישמן, עזריאל לוי, זלמן אוסיסקין**

אני ניצה מובשוביץ-הדר, אציג את עצמי מיד, לפני שאציג את חברי הפאנל. רציתי להתחיל בלספר לפני מס' חודשים, בספטמבר 2011 כאשר קיבלתי את ההזמנה מועדת התוכנית, היה כתוב "ברוח הכנס האמתית, ברצוננו ליצור שיח בין קהילות המתמטיקאים והחינוך המתמטי. בייחוד בנושאים שאנו מאמינים כי הם חשובים לשתי הקהילות, כמו: חזון, מיסטיפיקציה, היסטוריה, פתרון בעיות ומדיניות. מהי מדיניות? מי מאתנו מבין למה הם התכוונו? כדי לסבך עוד יותר את העניינים, ההזמנה למנחים (כלומר לי) הסתיימה במילים הבאות:

כמומחית בתחום, כל הערותיך בתחום יתקבלו בברכה. זהו כנס לכבודו של חברי הטוב ועמיתי המכובד, טד. כיצד יכולתי לסרב? בנוסף, ההנהלה עשתה עבודה כ"כנהדרת בבחירה המליאה וחברי הפאנל, אותם תכירו בקרוב. בנוסף לתמיכה רבה בהכנת הפאנל, החלטנו להיענות לאתגר. תודה לך טד, ותודה לך מייקל. היכן הם? תודה, כמובן, ליתר חברי ועדת התכנון, ועדת הארגון, ושוב לדניס, על מליאה כה נהדרת. הכירו את חברי הפאנל. אציג אותם לפי סדר הא"ב של שמות

המשפחה.

יונאס עימנואלסון, יושב לידי. הוא קיבל את הPHD ב2001, בחינוך, והוא ראש המחלקה ללימודים מקצועיים באוני' גטנבורג בשבדיה. דוידה פישמן, שקיבלה אתהPHD שלה באוני' זו (ב"ג) איתי כקולגה, והיא ראש התוכנית למתמטיקה וראש המרכז להעצמת החינוך המתמטי בקליפורניה, סן ברנדינו, ארה"ב. עזריאל לוי,PHD במתמטיקה מ1958 באוני' העברית, פרופ' למתמטיקה באוני העברית, ירושלים. הוא יו"ר הועדה החשובה ביותר שקובעת כללי מתמטיקה בישראל, המשמשת את משרד החינוך. זלמן יוסיסקין, PHD בחינוך מתמטי, 1969, אוני'מישיגן, עבד עם אלקו הוקספורד, הוא מנהל התכנית למתמטיקה באוני' שיקגו, שקרוב לוודאי כי היא התוכנית הגדולה בעולם בתחום זה. פרופ' אמריטוס, אוני' שיקגו, המחלקה למדיניות ציבורית, ארה"ב. אחרונה חביבה- אני. יש לי PHDבחינוך מתמטי, קיבלתי אותו ב1975 באוני' ברקלין מליאון הרקין, אני פרופ' בטכניון. כיום אני עורכת מחקר על בפיזיקה על מעורבות מתמטיקה בחינוך המתמטי בתיכון, ובנוסף אני מעבירה הרצאות במתמטיקה לקהל הרחב. זוהי האג'נדה שלנו- תארו לעצמכם חילופים בין חברי הפאנל, ההופכים את הספקות ההתחלתיים שלהם לכר נרחב של נושאים מדיניים. כל אחד מאתנו יקבל 10 דק' להציג את השקפות עולמו והדילמות העומדות בפניו. לאחר מכן יתקיים דיון פתוח. 10 הדק' האחרונות יוקדשו לסיכומי חברי הפאנל. החברה האמריקאית למתמטיקה הגדירה מתמטיקה ע"י MSC2010- סיווג נושא. חינוך מתמטי מופיע שם כפריט 97.

כמובן, חינוך מתמטי אינו רק חלק רשמי במתמטיקה. חינוך מתמטי שיחק תפקיד מהותי בהיסטוריה של המתמטיקה, עוד מימי קדם. ברור כי אין עתיד למתמטיקה ללא חינוך מתמטי. אם כן, ניתן להשתמש בביטוי מתמטי ולהגדיר חינוך מתמטי כתת קבוצה של מתמטיקה. הפרט לא יכול שלא להידהם מכמות הזמן שמרבית המתמטיקאים משקיעים בחינוך מתמטי בפועל. בניגוד לכך, אותו לקסיקון, כולל מתמטיקה, כפריט מס' 97, כמובן. אך מתמטיקה אינה רק כחלק מההגדרה בחינוך מתמטי, ברור כי מתמטיקה משחקת תפקיד מרכזי בחינוך מתמטי, כפי ששמענו במהלך בוקר זה. ברור כי אין עתיד לחינוך מתמטי ללא מתמטיקה. אם כך, מתמטיקה היא תת-נושא של חינוך מתמטי, מה שמביא אותנו ל, ובכן , שתי האפשרויות! ולפרדוקס אמתי, כי ברור שהסכמנו על זה שהם אינן אותו הדבר ומתרחקות זו מזו עם השנים בהדרגה. ישנו גם פרדוקס דומה מאוד על חינוך וחינוך מתמטי. חינוך הוא חלק מחינוך מתמטי, וחינוך מתמטי היא חלק ממתמטיקה, אז האם הם אותו הדבר? לא. האם זה משום שטרם הגדרנו כראוי מהו חינוך מתמטי? שמענו את מורגן ניס מתייחס לזה, או לפחות למדיניות של זה.

בסופו של דבר, ברור כי מתמטיקה וחינוך מתמטי אינן תחומי לימוד סותרים, הן בלתי ניתנות להפרדה ומשלימות זו את זו. ומה בנוגע למקצועות הקשורים אליהן? אינני רוצה להיגרר להגדרות, אך הבה נדון בחברינו טד. האם הוא מתמטיקאי? האם הוא מחנך למתמטיקה? חלק מכם מגדיר עצמו כמומחים במתמטיקה. עוד לא שמעתי איש אומר כי הוא מומחה בחינוך מתמטי. אני אינני מומחית לחינוך מתמטי לבטח. אך טד הוא זן נדיר- הוא שניהם. אכפת לו מחינוך, הוא חושב בצורה מתמטית, והוא מוכן להיאבק, כפי ששמענו הבוקר, על נושאי מדיניות רלוונטיים. פאנל זה, טד, נועד להעניק לך את הכבוד לו אתה באמת ראוי. מדיניות היא נושא הפאנל. כדי להבהיר- מדיניות נוגעת לאוסף הכללים והתוכניות שהממשל קבע כדי לאפשר למוסדות או לקב' אנשים או אפילו ליחידים בניגוד לחוק, שמגביל או אוסר התנהגויות מסוימות, מדיניות נותנת הנחיות בקבלת החלטות על פעולות שסביר מאוד כי ישיגו תוצאה רצויה (כמו להגביר את החשיפה של מתמטיקה כתחום מחקרי) או למנוע תוצאות שליליות שקרו בעבר (כמו ירידה תלולה בהרשמה ללימודי מתמטיקה, כפי שנראה בכתוב באתר המדיניות לחינוך מתמטי).

מדיניות יכולה להיחשב כהצהרת כוונות, היא איננה חייבת לכלול הנחיות ביצוע מדויקות. כיצד זה סביר להגיע להסכמה לגבי מדיניות בין מתמטיקאים ומחנכים למתמטיקה, מעבר למטרה הברורה של קידום הישגי המתמטיקה? תהליך מוסכם מהותי בוצע ע"י NCTM כללים של סנדרס במתמטיקה לביה"ס (שנת 2000), אך נדמה לי כי מדיניות מסוימת הוצאה מהכלל. זוהי המחויבות לביקורת תקופתית בשיח המתמשך. ברור כי המתמטיקה כשלעצמה מתעצמת במהירות רבה, והיא משפיעה על כל תחומי החיים. אילו מדיונות כדאי או רצוי לאמץ, כדי להכין כראוי מדענים, תלמידים ומתמטיקאים לעתיד, לידע עצום במתמטיקה? ולא פחות חשוב, אילו מדיניות כדאי לאמץ עבור רוב האוכלוסייה, שלא תעסוק בעתיד במישרין במתמטיקה, אך עם זאת הם יושפעו ממנה רבות, קרוב לוודאי. מתמטיקה נעשתה מגוונת מאוד. העובדה כי 2 מתמטיקאים הינם מומחים ב2תחומים נפרדים בקושי מתקשרים. - מי יכול לגשת לשאלה מהי מתמטיקה בתזמננו? על כל מהותה? מי מסוגל לומר מה חשוב ללמד ברמה הקדם-אקדמאית, ומדוע חשוב ללמד זאת. שימו לה כי השאלות מי יכול לעשות זאת וכיצד באות מאוחר יותר. מי יכול לומר מדוע אנו מלמדים את התיאוריה של פיתגורס? מדוע איננו מלמדים ולו אחוז בודד של ההוכחות שלה, או ההשלכות שלה, או המשמעויות שלה במצולעים, או משולשים ללא זווית מתאימה? מדוע איננו חושפים תלמידי בי"ס לעובדה שישנה חשיבות משמעותית לכך שקיים פתרון? או אפילו מס' פתרונות לשלשות הפיתרגוריות? כיצד אחרת נוכח להוכיח שתיאורית אוילר יוצאת דופן, והאינסוף של פריים? או שני הצבעים של כל מפה המרושתת במעגלים? האם תיאוריות אלו הן פחות נגישות (להבנה)? פחות חשובות מאשר הפתרון של משוואה ריבועית? האם אין הן יפות במידה מספקת? פחות עוצמתיות, בהשאלה מפרסום? קביעת קריטריוני סף אינה יכולה להיקבע ללא הסכמה על מכנה בסיסי משותף, בחינוך מתמטי, וללא ביקורת תקופתית ודיון על כך. היינו עדים כבר לדיונים ארוכים ומפרכים על נושא זה או אחר, אימוץ שיטת לימוד זו או אחרת, אך נדמה כי אין זה הוביל אותנו למקום מסוים. לא הייתה השקעה מספקת בהנחת העקרונות הבסיסיים. מע' האקסיומות בחינוך מתמטי, אם תרשו לי, נראה לי כי הגיעה העת שאנשי החינוך המתמטי ישתפו פעולה עם קהילת המתמטיקאים, ובגדול, ולהניח יחדיו יסודות שניתן להסתמך ולהסכים עליהם ע"י שתי הקהילות. אל נא תיקחו את ההשוואה הזו בין מדיניות ואנליזה זו ברצינות רבה מידי. זה היה בעיקר הומור.

הנחת יסודות צריכה להיות מבוססת על ניסיון רב, אמונות ומחקר מדעי. תהליך ההסכמה הכללית דורש התפשרות של 2 הצדדים. עלינו לדבוק בעקרונותינו לזמן מה, אך עלינו להיערך לשקילתם מחדש. שקילה מחדש של 3 דברים- לא מתמטיקה כשלעצמה בלבד, אך גם בטכנולוגיה הקשורה לכך ובתחומים נוספים בהם מתמטיקה שזורה. כעת, נפנה לחברי הפאנל. הם התבקשו לכלול בפרזנטציה שלהם מס' שאלות ודילמות אליהן הם ירצו להתייחס כאשר נפתח את הדיון לקהל הרחב. אסיים עם 2 שאלות משלי: צמצום הפער בין מתמטיקה בבי"ס ומתמטיקה מודרנית. האם זהו חלום או שזה עשוי להתגשם ולו במקצת, ע"י מדיניות מסוימת? השנייה- יחד עם לימוד ולמידת המתמטיקה, האם המתמטיקה צריכה לשמש מנוע לחינוך ערכי? שמענו על כך הבוקר, או ששני אלו מקבילים, כפי שמתמטיקאים מתבטאים. נחשוב על כך. איננו חייבים לענות ולהתייחס לכך. אפנה כעת לפאנליסטים שלנו. נתחיל עם יונאס.יונאס: תודה. אני הולך לדמר על מדיניות וחינוך מתמטי. לפני כן, ברצוני להציג את עצמי ואת דעתי. המחקר של בחינוך ובפרט בחינוך מתמטי משך אליו תשומת לב, הוא עסק בתיאוריה הפונומגרפית, שפותחה ע"י פרופ' מרטון ואחרים. עלי לציין כי זו גישה עם זיקת-תוכן למתמטיקה, אך לא מתמטיקה כשלעצמה אלא כמתמטיקה כפי שהובנה, נלמדה ונמסרה ע"י מורים. זהו מושא מחקר שונה ממתמטיקה כשלעצמה. הבנת המתמטיקה היא דבר שמחבר בינינו ואינו ניתן להפרדה, כבני אדם. אז כפי שאמרו קודמי, ההבנה המוצקה במתמטיקה ועל מתמטיקה היא שימושית מאוד וחיונית כאשר אנו מבצעים מחקר או פעולות אחרות, כגון לימוד מנק' מבטי. חינוך מתמטי עבורי הוא מדע חברתי. השיטות, התיאוריות והגישות שאנו משתמשים בהן אינן דומות לשיטות בהן אנו משתמשים במתמטיקה. לעיתים קרובות הן שאולות ממדעי הרוח והחברה. לכן, חינוך מתמטי אינו צורה של מתמטיקה. עם זאת, ידע במתמטיקה נדרש כדי ללמד מתמטיקה, אך אין זה מספיק. כיצד נגשר על הפער בין מתמטיקה וחינוך מתמטי? מה אנו מקווים ללמוד זה מזה? אני חושב כי יש לראות בהן כמשלימות זו את זו, הן תיאוריות על דברים שונים, או לחילופין תיאוריות שונות על אותם דברים. דוגמה: קשרים כמותיים אינם ניתנים ללימוד מנק' מבט מתמטית. כאשר אנו מלמדים אותם מנק' מבט של חינוך מתמטי, אנו תוהים כיצד בני אדם מתייחסים לקשרים כמותיים. אני מאוד מעריך את הפרזנטציה של נורמה מוקדם יותר היום, בה היא ניסתה לערוך סדר בדברים הללו.

עד כה, אחרי נגעו בקשרים בין תיאוריה ומעשה, חינוך מתמטי יכול להוות תחום מחקר, אך גם תחום מעשי, כך שאינני מעוניין לעסוק בכך. ברצוני להציג בפניכם מקרה: מקרה גטנברג של חינוך והשכלה. בשיטת גטנברג למתמטיקאים וחינוך אין דו-שיח בונה. אין הם מדברים זה עם זה על נושאים הקשורים ללימוד מורים. זהו מאבק על תלמידים וחוקרים, במקום לקדם חינוך טוב יותר. עלו בראשי 3 קוי מחשבה, שעשויים להסביר את שיטת גטנברג. האחד הוא ללמד את העתידים להיות מורים הרבה מתמטיקה. רק אם הם ידעו מתמטיקה מספיק טוב, הם יהיה מורים מצוינים. אך אין הם מורים טובים בטרם למדו בבתי ספר מיוחד כיצד ללמד! גישה אחרת היא להביא מורים מנוסים מבתי ספר אחרים כדי להשתתף בתהליך החינוך של המורים לעתיד (שלומדים גם יסודות מתמטיים פשוטים). המורים לעתיד ילמדו שיטות לימוד ע"י חיקוי אותם מורים מנוסים. גישה שלישית היא לערוך קורסים לשיטות לימוד תוך כדי ביצוע מחקר מתמטי ע"י אותם מורים לעתיד. אלו הן 3 גישות נפרדות לחינוך מורים, אך הן מעורבות במציאות. מה נדרש ממך כאשר אתה מלמד אחרים ללמד מתמטיקה? האם זה מספיק ללמד אותם מתמטיקה ולצפות מהם שיהיו מסוגלים ללמד? אני טוען כי היכולת ללמד מתמטיקה אינה נובעת רק מהידע על מתמטיקה, אלא מקיום שיח עם התלמידים על מתמטיקה, לעודד אחרים ללמוד מתמטיקה, ואני סבור שמחקר על חינוך מתמטי יכול להיות יעיל עבור המורים, במטרה לפתח גישה מקצועית. אם כך, מושא הלימוד בהשכלת מורי המתמטיקה אינו מתמטיקה, אלא מדעי החברה והבנת תהליך הלימוד, תהליכים פסיכולוגיים וחברתיים בהקשר למתמטיקה. לא מתמטיקה בלבד. ברצוני לסכם בשאלה, ואענה עליה. מה צריך להיכלל בתוכנית הלימוד בהשכלת מורים למתמטיקה? בתור המינימום, אציע את הדברים הבאים: ראשית, כדי להדגיש את חשיבות המתמטיקה (ולא רק הידע המתמטי! אלא גם על מתמטיקה)- היסטוריה, שימושי מתמטיקה וכו'. לדעתי מורה חייב לדעת מעט על דרכי לימוד מתמטיקה שונות, עבור תלמידים שונים, ואולי גם משהו על הלמידה ההדדית שעשויה להתרחש. זהו עוד עניין שניתן למצוא במתמטיקה. המורה חייב לדעת על בני הגיל אותו הוא מלמד וכיצד הם משתמשים במתמטיקה בחיי היום-יום, בתוך ומחוץ לביה"ס. כדאי לדעת גם על השימוש שעושים מבוגרים במתמטיקה בתוך ומחוץ לביה"ס, בתוך ומחוץ לעבודה, שימוש במתמטיקה במקצועות ביה"ס האחרים, ואולי גם על השימושים בתחומים מדעיים נוספים (במתמטיקה). אני מצפה לשמוע את הערותיכם על הצעתי. תודה רבה על הקשבתם. דוידה: היי, אני דוידה פישמן, ברוח ההתוודות הכנה, גודלתי כמתמטיקאית מקצועית, הגעתי לחינוך המתמטי לאחר הרבה שנים בהן האמנתי כי כדי להיות מורה טובה, כל מה שעלי לדעת הוא הרבה מתמטיקה. ביליתי מאז מס' שנים בכיתות, והבנתי שמלאכת לימוד ילדים ומבוגרים הינה הרבה יותר מורכבת מכך. ואם מרצים באוני' אומרים כי "הוא אינו רוצה ללמוד, זו הבעיה שלו", לא יכולתי לומר זאת על ילד בן 7. אם כך, למדתי הרבה יותר על המורכבות. שאלותיי הן מזון למחשבה עבורי וברצוני לחלוק אותן עמכם. בדרכי לכאן מקליפורניה, מי שישב לידי במטוס ראה אותי קוראת הרבה מאמרים. הוא היה ישראלי, ושאל- האם את מורה לאנגלית? היה זה מתבקש, כי כל המאמרים היו באנגלית. עניתי לו שאני מורה למתמטיקה, והוא ענה שהוא חולה על מתמטיקה. זה היה מדהים! פעם ראשונה מזה שנים רבות שאינני שומעת, "הו, זה נורא, היה זה המקצוע הגרוע ביותר שלי". וחשבתי- זהו זה! טומי וטד התחילו את המאמר שלהם על אסתטיקה של חשיבה מתמטית בכותבם שאחת המטרות החשובות של חינוך מתמטי היא לגרום לתלמיד להעריך את היופי שבחשיבה ובעוצמה המתמטית. אני סבורה כי לאוהב המתמטיקה שישב על ידי במטוס היה ודאי מורה טוב. אומנם הידע שלו לא היה מרשים, אך הוא מצא את מה שלמד בתחום כמרתק, ועבורי זוהי הצלחה. הוא רוצה להמשיך וללמוד. זו הצלחה. קחו את הסיפור הנהדר הזה והשוו אותו למדיניות, כפי שאני רואה אותה בקליפורניה. ישנם כללים פדרליים, שמגדירים כי אם אפעל לפי ההוראות אקבל יותר או פחות כסף במשכורת, ואז המדינה קובעת מדיניות כדי להשיג עוד כסף, והדרך לעשות זאת זה ע"י הערכות- אינני יודעת אם אתם מכירים שיטה זו בקליפורניה, ההערכות שם נוראיות. הן מעוצבות כך שכל קטגוריה מעריכה את יכולתי לבצע דבר קטנטן, ישנן הוראות מפורשות למעריכים שאסור לגלות אמפתיה, לשלב (שמענו קודם על מדע שמופיע כיותר ממשפט פיתגורס- ובכן, לא בהערכות בקליפורניה).

ישנן מנדטים מחוזיים, שהופכים לכללים בית-ספרים, וכל זה יושב כמו סלע ענק על גב המורה, שאמור להיות המורה הנהדר הזה שלימד ילדים לאהוב מתמטיקה. זה קשה מאוד. אחד הדברים שקורים, בהסתמך על כל זה, הוא שישנם המון אימוני מורים. טד כתב ב1975 משהו, שלבושתי, לא קראתי עד לאחרונה- מדהים כי הנחיות המחלקה להשכלה של המדינה מבלבלות השכלה עם אימונים. במשך שנים התנגדתי לאימוני מורים- אינך מאמן בני אדם. יש לי חברים שמאמנים כלבים וסוסים. איננו רוצים לאמן אנשים במתמטיקה. אנו רוצים לחנכם, לתת להם כלים במתמטיקה. לשם כך עלינו להתעניין במה שהם חושבים, ולא במה שאנו חושבים. עלינו להבין כי מורים למתמטיקה- לא משנה אם באוני' או בכיתה ז', עלינו לדעת היכן הם נמצאים כרגע, מהי רמתם, כיצד נוכל להגיע אליהם, כיצד להעריכם באמת, נוכל ללמוד הרבה יותר ממה שמורים ותלמידים חושבים באמת. מצד שני, מיה סיפרה לי על ההערכה מתלמידיה, וזה מילה במילה- כל מה שרציתי ללמוד הוא מקצוע. לא רציתי ללמוד לחשוב. זה עצוב באמת. אז מה אנו מלמדים? אחת מהשאלות הטובות הבוקר- עבור מי זה? על מי אנו חושבים בהשכלה? אחרים דיברו על תלמידים חזקים וחלשים, ואני רואה זאת המון במדיניות של ביה"ס. ילד בכיתה ג' שמסומן כבעל רמה נמוכה, יהיה חלש במקצוע לנצח. הוא יקבל גם את המורים החלשים, וזה מחזיר אותנו למדיניות שלנו באוני'/, למי אנו מקבלים לתוכניות למורים, לעיתים קרובות מידי אנו מקבלים את התלמידים החלשים יותר. כך התלמידים החלשים שהתקבלו לתוכניות ההוראה מלמדים את התלמידים החלשים בביה"ס, אנו כמעט יוצרים את התלמידים החלשים במקרים רבים. אנו מנציחים את החשיבה השלילית על מתמטיקה בביה"ס. אני סבורה כי מתמטיקה היא לב העניין. עודני מתמטיקאית בליבי, בדרכים רבות. כן, לדעתי מחנכים למתמטיקה צריכים לעסוק במתמטיקה. אין פגישה של מורים למתמטיקה בה לא מתרגלים קצת מתמטיקה. גם בתוכנית הזו, בכל מפגש של מורי מתמטיקה אנו מתרגלים מתמטיקה. אפילו כדי שיקרה משהו. אני חושבת שזה עוזר למקד אותנו ולהיות מודעים למקום בו אנו נמצאים. זה עוזר לעשות גם, כפי שמס' דוברים כבר אמרו היום, שדיברו על שאלות, בעיות מתמטיות, שאולי לא דורשות רמה מתמטית גבוהה] אך דורשות חשיבה מתמטית מזווית שונה. לחשוב על מושגי הליבה במתמטיקה. זה צריך לעסוק במושגים ומבנים. "רשימת מכולת" של כישורים שאנו רוכשים כסטנדרט, לא תעבוד. כרגע בארה"ב ישנה רשימת נאה ביותר של סטנדרטים, אני מניחה שהם עשו עבודה לא רעה, אך בואו נחזור למצגת הראשונה- כרגע המצב נראה לכאורה טוב, אך מה שיקרה כאשר הילדים בתוכנית החדשה הזו יגיעו לכיתה א'- זהו דבר שעלינו לדאוג לגביו. בקשר למחקר בחינוך מתמטי, מהו מחקר חינוך מתמטי טוב? אני חושבת שאם תסתכלו על עבודת מחקר, לא תוכלו לזהות תמיד מהו מחקר טוב, גרוע או פשוט שונה. לאנשים יש דעות שונות, אך לא תהיה קשת נרחבת מאוד של דעות לגבי מחקר מסוים. אני חושבת שבמחקר מתמטי ישנו פחות קונצנזוס, זה מה שאומרים לי , אין לי אישית השכלה פורמלית בחינוך מתמטי. אני רואה מגוון רחב של דעות לגבי היכן יש מחקר חינוך מתמטי טוב. מי שופט זאת? עניתי לשדולות מחקר רבות. עלי לציין כי אין שדולות מחקר בארה"ב שאינן כוללת חוקי מחקר בסיסיים. כיצד נדע על מה מבוסס מחקר טוב? גם זו שאלה קשה. לדעתי, צריך להיות חלק גדול של מתמטיקה במחקר כזה.

המתמטיקה לא חייבת להיות ברמה גבוהה, אך חייבת להיות חשיבה על המתמטיקה המעורבת בתהליך, כדי שהמחקר יהיה טוב. מהו תפקידם של המתמטיקאים? לדעתי עלינו לחשוב רבות אודות חינוך. עלינו להיות מעורבים בחינוך מתמטי, לא להשאיר זאת למי שקיבל 10 שנות קידום, היכן שלא קיבל זאת, ואם נחזור שוב למדיניות, אוני' צריכות לעודד מתמטיקאים צעירים לעסוק בחינוך. הייתי רוצה לראות עוד אוני' כמו בן גוריון, אוני' שתעודד זאת כך. אלו הן שאלותיי, חומר למחשבה, תודה רבה. פרופ' עזריאל לוי: הרקע שלי אינו מתמטי, ולמעשה גם לא עבדתי בלימוד מתמטיקה. וכאשר באתי לכאן דאגתי, מה יהיה תפקידי בפגישה הזו. ואז הבנתי שאני קובע מדיניות. כקובע מדיניות, ניסיוני מוגבל לישראל. אדבר על בעיות שפגשתי כאן, אך לא על כולן, כי חלקן טיפוסיות לישראל ולא יעניינו קהל בינ"ל. לכן אדבר על בעיות שעשויות לעניין גם אנשים מארצות אחרות. דיברנו על 2 קב'- מתמטיקאים ומחנכים למתמטיקה, ופספסתי קב' שלישית- מורים למתמטיקה. טל דיברה על מורים למתמטיקה, אך אם תסתכל כאן, תראה השפעה מעטה לקב' חשובה זו. ישנן מס' סיבות לכן. ראשית, רק מעט בוגרי מתמטיקה פונים לעסוק בלימוד. ישנה תחרות עזה מצד ההייטק, שמציע תנאים טובים יותר ומשכורות גבוהות יותר. מתוך המורים למתמטיקה עד גיל 40, רק לרבע מהם יש תואר ראשון במתמטיקה. סיבה נוספת לכך היא חוסר בהנהגה טובה בין המורים שכאן. מאחר והמורים לא מרוויחים מספיק, לאחר עבודתם בביה"ס הם פונים ללמד באופן פרטי. כך אין להם זמן פנוי ליצור הנהגה שתוביל לשינוי בו אני מעוניין. יש לנו מספיק מלחמה פה, במזה"ת, ולמרבה המזל אין לנו מלחמת מתמטיקה. ואם נעסוק בדברים יותר פרקטיים- היתרון של מחנכי מתמטיקה על פני מתמטיקאים, היא שהם שולטים ישירות על שיטות לימוד ניסיוניות, בד"כ של תלמידים לתואר שלישי.

כתוצאה מכך, הם יכולים להראות שינויים משמעותיים בתוכנית הלימוד. כעת הגענו לנק' בעייתית, היכן שההבדל בין מתמטיקאים ומחנכי למתמטיקה מקבל חשיבות. אם מתמטיקאי פותר בעיה, הוא מפרסם עליה מחקר. אם זהו דוקטורנט הוא מקבל על כך PHD, ואם הוא חבר פקולטה הוא מקבל קידום. ומה קורה עם מחנכים למתמטיקה? אותו הדבר- המחנך עורך מחקר, אם זה טוב הוא מפרסם מחקר, אם זה דוקטורנט הוא מקבל PHD, וחבר הפקולטה מקודם. אך אם נתמקד לא בצד הפסיכולוגי של חינוך מתמטי אלא בצד המעשי יותר, שכן אם מחקר בחינוך מתמטי מצליח בכיתה אחת, הייתי רוצה לראות את הפיתוח החדש מיושם בכיתות רבות, וזה עשוי להשפיע על ההשכלה במדינה. כמובן, לא ניתן לומר שהאוני' לא מעריכה זאת מספיק. אם ברצונך לקבל קידום, לא תקבל הרבה קרדיט מעבר לפרסום המאמר והפצתו. זה ודאי לא קורה רק בחינוך, בטוח שגם בתחומי מחקר נוספים, כמו רפואה, אם הנך מנתח הלב הטוב בישראל, ברור שכלאוני' ובי"ח ירצו להעסיק אותך, אך יאמרו לך תראה, לא תוכל לקבל פרופסורה מאחר ולא פרסמת מספיק מאמרים. לכן תשב ותכתוב כמה מאמרים בינוניים ותקבל את הפרופסורה שלך. העובדה המרה היא שמנתח לב מעולה לא נחשב מספיק. עוד דבר שמבדיל בין עבודה תיאורטית ומעשית, הייתי במס' פגישות שעסקו בטכנולוגיה וחינוך מתמטי. חיפשתי שם אחר מע' מוכרות ופשוטות, כמו אקסל OGUJEBRA רציתי לשמוע על היישומים המתמטיים במע' הללו. כתבתי ספרים ללימוד גיאומטריה כמו בOGUJEBRA, ספר נוסף שנוסה בכיתות רבות על מתמטיקה באקסל, לא ראיתי ספרים רבים כאלו. במקום זה, ראיתי דברים אקזוטיים רבים, שנוסו בכיתה אחת בלבד ונכתבו עליהם מאמרים מסוגננים. זה היה עיקר תוכן פגישות אלו. עוד דבר בקשר למדיניות שרציתי להזכיר- בכלל לא רציתי, אך ניצה הכריחה אותי, כאשר דיברנו לפני הפגישה. מדיניות אחת כאן נוגעת לבחינת בגרות. ציון גבוה הוא חשוב- בכל המקצועות, אך כעת אני מדבר על מתמטיקה.

כדי להתקבל למחלקה נחשבת באוני', עליך להוציא ציון גבוה בבגרות. זה אומר שאסור לך לשנות את המע' והשאלות משנה לשנה. אם תשנה מעט את השאלות והציונים יהיו נמוכים יותר, ההורים יכתבו מכתבים זועמים למשרד החינוך, משרד החינוך כלל אינו יודע על שינוי השאלות הללו, אך הוא פונה אליך (מחבר הבחינה) ומורה לך להקל את רמת הבגרות. למעשה, זה מה שקרה פה. ניסיתי למצוא דרכים כדי להתגבר על הבעיה הזו. נדמה כאילו המע' קפואה והמורים יודעים בדיוק מה ללמד כדי לקבל ציון גבוה. תפתור 20 בעיות מסוג זה וזה, והכל יהיה בסדר. אין אפשרות למחברי הבחינה לשנות את השאלות, להדגיש דברים מסוימים ולערוך ניסיונות. אברהם ערקבי הגה רעיון נהדר, לתת אנסין בבחינות הבגרות. לא ניתן לעשות זאת במבנה הקיים, שכן אם הציניים יהיו נמוכים תקום שערורייה בקרב תלמידי המחזור הנוכחי, ואם הציונים יהיו גבוהים, תלמידי השנים הקודמות יעוררו מהומה, כי עתה התלמידים החדשים יתפסו את מקומם בפקולטות הנחשקות. זו בעיה חמורה יותר בישראל מאשר בארצות אחרות, מאחר ופה התלמידים הולכים לתקופה מסוימת לצבא ורק לאחריו (בד"כ) לאוני', והם כבר אינם ברמה הלימודית שהייתה לפני הצבא. באוני', רמות שונות בל לימוד בתיכון מתחרות זו בזו. לכן, עלינו לוודא שהרמות והציונים יושוו. דבר מה שראיתי ואהבתי בפינלנד, יש להם 6 אחוזונים לציונים השונים. כך שכל שנה 5 אחוזים נכשלים, 5 אחוזים מקבלים ציונים גבוהים יותר, וכן הלאה. במבנה כזה, ההורים לא יכולים להתלונן שהבחינה בשנה זו הייתה קשה יותר. חלוקת הציונים תהיה בהתאם לכל שנה וההתפלגות תהיה זהה תמיד. בד"כ שר החינוך רוצה להראות כי כאשר הוא מונה לשר, הציונים עלו.

מאחר ובמבנה הפיני לא ניתן להעלות ציונים, ישנה פחות מעורבות פוליטית במע' החינוך. אנשים משתעשעים לעיתים ברעיון שהחינוך אינו מנוהל ע"י השר אלא ע"י גוף מקצועי. פה בישראל חלק גדול מהחינוך קשור בהיסטוריה, בדת, ובדברים אחרים... לא ניתן לעשות זאת ללא הפוליטיקאים. לפחות במתמטיקה, הבה ננסה לעשות זאת חסין-פוליטית ככל הניתן. זה הכול. זלמן יוסיסקין: אפילו מבט לא מאוד מקרוב בחינוך מתמטי ומתמטיקה מראה כי התחומים הללו שונים במהותם. ברובה, רוב המתמטיקה קשורה במושגים ותפיסות. הנושא העיקרי בחינוך מתמטי הוא התלמידים. הנושאים העיקריים במתמטיקה הם דוממים ופנימיים. הנושאים העיקריים בחינוך מתמטיקה לבטח אינם דוממים, ומשתנים ללא הרף. אמיתות במתמטיקה מבוססות על הוכחות לוגיות, כאשר אמיתות בחינוך מתמטי מבוססות על מידע, ומידע משתנה ותלוי מקום, כך שתוצאות מחקר חינוך מתמטי במקום אחד אולי לא יהיו תקפות במקום אחר. פוליה, מומחה בשני התחומים, תיאר את השלב הראשון בפתירת בעיה סבוכה כהבנת הבעיה. זה מה שאנסה לעשות, בזמני הקצוב. השורה התחתונה בחינוך מתמטי, שמניעה אותו ומושכת מתמטיקאים לעסוק בחינוך מתמטי, היא שתלמידים אינם יודעים מתמטיקה ברמה בה אנו רוצים שידעו. מעולם לא התקיים זמן או מקום שבעיה זו נפתרה. אפילו בסינגפור ובשנחאי אנשים דנים בבעיה זו. ונשאלת השאלה- מי יכול לגשת בצורה הטובה ביותר לבעיה זו? טד, ילד היומולדת והפרישה- מעולם לא ראיתי אוני' כה נואשת להיפטר ממישהו (צחוק)- בד"כ זה מעודן יותר. טד ומייקל פריד ציינו במאמרם מ2008 שמחנכים במתמטיקה אינם מסכימים על שאלות בסיסיות רבות, כמו מהי הדרך הטובה ביותר לערוך מחקר, ואילו שאלות יש לשאול. וזה נכון. המציאות אפילו יותר מלחיצה- אפילו דברים אלו, שאולי יהיו מוסכמים יותר כיום, יכולים להשתנות מחר. ישנן חילוקי דעות גם במתמטיקה, כמו- מתי הוכחת מחשב יכולה להיחשב תקפה. או, אם נרצה לחזור אחרונה, האם נאפשר לקבל את משוואת מקסימוב. עם זאת, ישנן יותר מוסכמות במתמטיקה מאשר בחינוך מתמטי, כפי שהיינו מצפים שיהיה במדע טבע לעומת מדע-חברתי. לא כמו יונאס ואחרים כאן, אני מוצא זאת מושך מאוד לראות בחינוך מתמטי כתחום המיישם מתמטיקה. וכמו תחומים המיישמים מתמטיקה אחרים (כמו פיזיקה וכיוב'), למרות שחינוך מתמטי מקורו במתמטיקה, הבעיות הנידונות בתחום זה מגיעות מהעולם שמחוץ למתמטיקה. בנוסף, ישנם נושאים בחינוך מתמטי שאינם מתמטיים כלל, כמו היבטים שהינם על קו הגבול בין תחומים. הבעיה של קובעי נושאי הלימוד, תחום העניין שלי, עוסקת בבחירת הנושאים שילמדו בביה"ס. מי צריך להכיר תוכן זה? באיזה רצף ובאיזה גיל? לפי בחירת הנושאים, האם מתמטיקה סטטיסטית היא חלק פורמלי של מתמטיקה? האם פיזיקה היא מתמטית? ובאופן כללי, מתי נושא הכולל מתמטיקה מפסיק להיות מתמטי? האם לומר מהי השעה צריך להיות חלק מלימודי המתמטיקה? מה עם קריאת טבלאות, או לאתר מיקום במפה? מה עם פתירת פאזל לוגי, כמו סודוקו? מה עם הדיון במספרי מזל? האם מחשב שמבצע חישובים עושה מתמטיקה או נמנע ממנה? האם הוא לא עושה את "הדבר האמתי", אלא מוביל אליו? שאלות אלו מעוררות תהיות בתוך ובין הקבוצות שלנו. מה אנו חושבים שמתמטיקה היא, ומהם ההבדלים במה שאנו חושבים כי היא מתמטיקה אמתית, או מתמטיקה טובה? פוליה הגדיר שלב בפתרון בעיות, שכונה "הכנת תכניות"- עלינו לבחון מהי הבעיה האמתית. פאנל כמו שלנו יכול סטטיסטיקאים וחשבים, במקום מחנכים למתמטיקה ומתמטיקאים. כולנו יודעים כי באוני' מסוימות, סטטיסטיקה היא חלק מהמחלקה למתמטיקה, ובאוני' אחרות יש לסטטיסטיקה מחלקה נפרדת. הסטטיסטיקאים באוני' שלי מאוד מקצועיים במתמטיקה, אך הם אינם רואים במקצוע שלהם כענף של מתמטיקה. הרקע שלי מדגים זאת- קיבלתי תואר בסטטיסטיקה מהמחלקה למתמטיקה, ובשום קורס שלי לא נתבקשתי לבחון מידע ממאגר דאטה. כל המחלוקות הללו הם תיאורטיות. הסטטיסטיקאים בקמפוס שלי חושבים כי הבסיס לסטטיסטיקה הוא מידע (נתונים). אנו כמחנכים למתמטיקה סבורים כי נק' ההתחלה היא בלומד, במורה ובמע' החינוכית, לאו דווקא במתמטיקה. השפעת הבדלים אלו ניכרת בסטנדרטיים נפוצים במקומות מסוימים בארה"ב, בהם לסטטיסטיקאים יש השפעה מעטה. רק לפני מס' שנים הלשכה לסטטיסטיקה בארה"ב פרסמה דו"ח המכיל הנחיות בסיסיות ללימוד סטטיסטיקה, מגן הילדים ועד כיתה י"ב. מסמכי הליבה התייחסו לדו"ח זה, אך נראה כי המדיניות ממילא נטתה להשתנות לכיוון זה. אין רכיב סטטיסטי בתוכנית הלימודים עד גיל 5, והתוכנית בין גיל 6 עד 12 אינה קרובה למה ששאפה הלשכה לסטטיסטיקה האמריקאית. ההבדלים בין השקפותיהם של סטטיסטיקאים משקפת הבדלים בסיסיים בין מתמטיקה של ביה"ס והמתמטיקה של האוני'. המתמטיקה של ביה"ס הרבה יותר מוגדרת ומכסה אג'נדה מסוימת מאשר זו של האוני'. רק הסטטיסטיקה מערבת דברים כמו עיצוב ניסויים, נושא רחוק מאוד ממתמטיקה. מע' החינוך של ביה"ס מחויבת לכסות תכנית לימודים מסוימת של מדעים חישוביים, שהציבור צריך, ממש כמו ידיעת קרוא וכתוב, ולא תואמת שום סוג של מתמטיקה שיטתית. זה יכול להסביר מדוע אין אפילו אזכור של גרפים עגולים או שיטה מטרית בתוכנית הלימודים הבסיסית בארה"ב, ותשומת לב רבה יותר ניתנת לשברים מאשר לנושאים אלה. הרצף הטבעי במחקר מתמטי הוא לוגי. כאשר כתבתי את תכנית הלימוד הראשונה שלי, סברתי שכל הילדים יוכלו להבין טיעון מתמטי מנוסח בקפידה. טעיתי. הלומד מביא גורמים לתהליך הלימוד שאינם תואמים הגיון מתמטי. ילדים צעירים אינם משתכנעים בד"כ מטיעון מתמטי לוגי. הם נוטים להאמין לו רק אם הם מאמינים שהתוצאה יכולה להתקיים, והטיעון אינו תקף אם הם אינם מאמינים לתוצאה. אין זה יוצא דופן להרגיש כך. עלינו ללמד את תלמידינו לתת אמון בלוגיקה מתמטית ומע' מתמטיות. עלינו ללמדם להסיק מטענה לטענה באופן לוגי. אסור לנו להניח כי יכולת זו הינה מולדת. האמונה בראשוניות של רצף לוגי בתוכנית לימוד המתמטיקה מיוחסת להבנת המושג המתמטי. האם אדם מבין חילוק שברים כי זה נגזר ממשפטים אחרים? אני אומר כי הוא לא. הבנה מלאה כוללת הכרת אלגוריתמים למציאת משוואה, יכולת להמיר שברים עשרוניים וכו'. ישנם פסיכולוגים שיוסיפו ליכולות הנדרשות גם יכולת להבין ייצוג של שברים אלו ולעבדם בדרך כלשהי. מחנכים למתמטיקה נוטים לאמץ גישה רחבה יותר מאשר מתמטיקאים. האם הבנת הגבולות חיונית כדי להבין משפטי ערך קיצון? האם על כל התלמידים ללמוד משפטים על גיאומטריה תלת ממדית? למרות שההוכחות למשפטים אלו נלמדות בקורסים בקולג' שתלמידים אלו לא יקחו? מוסכם כי רצף לוגי אינו מתאים עבור כל נושא בביה"ס. יש החושבים כי רצף הלימוד של המתמטיקה בביה"ס היסודי צריך להיות לפי הרצף בו הומצאו ונתגלו התיאוריות המתמטיות. כיצד אחרת נסביר מדוע לא מופיעים מספרים שלילים בתוכנית הלימודים עד כיתה ו', לאחר נושא השברים? אני זוכר כנס באילינוי ב1978 על נושא זה, כאשר פרדריק פאפי דיבר על כיצד מס' שליליים הוצג בביה"ס היסודי בתוכנית לימוד בבלגיה. בכיתה א', התלמידים והמורה מדדו את הטמפ' הגבוהה והנמוכה ביותר בכל יום. בנובמבר, הטמפ' יורדת לראשונה אל מתחת טמפ' הקיפאון. כמובן בב"ש זו תהיה בעיה. מתמטיקה טהורה נמנעת ממצבי יום-יום. אבל חינוך מתמטי לא רק שאינו נמנע מהם, אפילו רצוי להשתמש בהם. למרות שהתחומים של מתמטיקה וחינוך מתמטי הם כה שונים, בשניהם אנו מלמדים מתמטיקה וחושבים עמוקות על מושגים מתמטיים, וסבורים כי התחום שלנו מעניק

לנו תובנות ייחודיות לגבי מתמטיקה. חלקינו רוצים לחשוב כי חידשנו את התחום, אך עבור רובינו, ההבדלים נשארים כשהיו. איננו צריכים להיותמופתעים כי ישנן דעות סותרות לגבי תכניות הלימוד. במקומות מסוימים,

הדעות השונות הן מבורכות, ומתקיים כבוד הדדי בין מתמטיקאים ומחנכים למתמטיקה. עם זאת, בארה"ב בעיות אלו לא נפתרו. מי שנמצא בעמדת כוח מנסה להשפיע על התוכנית, וברגע זה ממש מתקיימים דיונים חריפים לגבי שינויים בתוכנית הלימוד. הסיבות שבגללן כדאי לנו להגיע להסכמה רבות מתמיד. עלינו לנצל את העובדה כי מתמטיקה היא שפה בינ"ל, ולעבוד יחד למען רווחת הכלל.

תודה.

תודה לכם, חברי הפאנל. כעת נפתח הדיון לקהל. לדעתי יהיה זה הכי טוב לפעול לפי המדיניות של טומי, שהיא- שאלו שאלות קצרות, הביעו את עמדתכם בשאלות, אם אפשר, אנא הפנו את שאלתכם לחבר פאנל מסוים, שניים מהם או כולם. אמרו לנו לאיזה נושא אתם מתייחסים, ואל תשכחו להציג את עצמכם.

פרנסיס לוונטל, מאוני' מורף בבלגיה. ברצוני לפנות לג'ונאס בפרט, אך גם לכל חברי הפאנל. ניצה הציגה סתירה בין מתמטיקה כחלק מחינוך מתמטי ולהיפך. זה היה ניגוד מעניין. ג'ונאס הציג סתירה פילוסופית, שעבורי מהווה בעיה. הייתי רוצה התייחסות מכל חבר פאנל. הוא טען כי המורה, המחנך המתמטי, חייב לתקשר במתמטיקה. אם כך, המחנך למתמטיקה חייב להיות מתמטיקאי מקצועי מעולה. דוידה הציגה את חשיבותו של מורה למתמטיקה כמעורר מוטיבציה. הבוקר אורי דיבר על הקלה במתמטיקה. יש לנו תפיסה של מתמטיקה, כמחנכים או מורים. כאשר אנו עומדים בפני כיתה מלאה בילדים יש לנו מושג לגבי מהי מתמטיקה. איננו רומזים על דעתנו לתלמידים, זו דעתי- אנו מנסים לתת להם הזדמנות לבנות תפיסה משלהם. בגישה של ויגוצקין, שמעודד אותם ליצור את תפיסתם על מתמטיקה. אני מעוניין לדעת מג'ונאס וחברי הפאנל האחרים אילו גישה הם מעדיפים- לתקשר במתמטיקה או לתווך במתמטיקה.

גו'נאס- אינני בטוח שאני יכול להכריז את דעתי באופן כה ברור בנושא זה. מה שניסיתי להדגיש הוא שמורים אינם חייבים לגלות זיקה רק למתמטיקה עצמה, אלא גם לשאלה כיצד התלמידים לומדים מתמטיקה ומבינים אותה. דוידה אמרה שמורים למתמטיקה תמיד דנים על מתמטיקה כאשר הם נפגשים. זוהי טעות. אולי עליהם לדון בלמידת מתמטיקה או הבנתה במקום על המתמטיקה עצמה.

דוידה: לא אמרתי כי על המורים לדון רק במתמטיקה, ברור כי עלינו לדון על כיצד ללמד, ולדעתי התשובה שלי היא- שתי הגישות. אני חושבת שאם אנו, כמורים, איננו אוהבים את המקצוע אותנו אנו מלמדים, גם התלמידים לא יאהבו אותו, כך שישנה כמות מסוימת של תקשורת. בנוסף, איננו מצפים מתלמידנו ליצור מתמטיקה מאפס, כלומר- יש לנו אלף שנות מתמטיקה מאחורינו, ונעשה עבודה גרועה אם לא נדון בתקשורת, במודלים ובתקשורת. אך בנוסף, עלינו לעזור לתלמידים ליצור- והם כך או כך ייצרו ייצוגים מתמטיים, לא משנה מה נעשה. עלינו לנסות לעזור להם לבנות ייצוגים שיובילו לסקרנות ופליאה למתמטיקה, מהסוג שיש לנו. ולא- "הו, יופי, יש פה 45 זהויות טריגונומטריות ועלי לפתור את כולן", אישית, אני אינני זוכרת אחת. אז מדוע לא להראות זאת לתלמידים?

עזריאל לוי: הגבול בין מה שאתה מכנה תיווך מתמטיקה ולימוד מתמטיקה הוא גבול גמיש. נגיד, אם תלמד מספרים שליליים, הילד אינו יודע מהם מס' שליליים. לכן תנסה להסביר לו במיטב יכולתך מהם. השלב השני הוא שעליו להפנים זאת. אולי הוא יעשה זאת בדרך אחרת. אז האם תקשרת או האם תיווכת? או אולי קודם תקשרת ואח"כ תיווכת?

זלמן: פריידנטל, אני חושב שזה במשימות חינוך מתמטי, מדבר על הגדרות, והאם עליך להתחיל בלימוד מושג ע"י נתינת ההגדרה, או שמא עליך לתת להגדרה לנבוע מדוגמאות. נק' המבט שלו היא די מעניינת לדעתי. הוא בעיקרון חשב- הוא לא כאן אומנם כדי להפריך את מה שאומר, אך חשבתי כך- אז אוכל לומר את מה שבא לי- ברגע שהגדרת את המושג, הגבלת אותו. הבה ניקח לדוגמא את רעיון הפונקציה. האם פונקציה היא קבועה, כמו זוגות סדורים? אין שניים עם אותו רכיב ראשון, שאו שמדובר בפעולת מיפוי, פעילה מאוד, כמו8 במציאת הקשר בין תחומי הצבה וטווחים. אלו הן 2 תפיסות שונות, למרות שמדובר באותה הפונקציה. ברגע שהגדרת את המושג בדרך זו או אחרת, קשה לנוע להגדרה שונה של אותו המושג. זהו מושג מאוחד. למשל, בתוכנית הלימוד יש קורס שמגדיר פונקציות, וישנן דוגמאות רבות לפונקציות לפני שמגדירים אותן. באמצע הקורס אנו מגדירים אותן, לבסוף. מדוע? כי זהו מושג מאוחד, ולדעתי אם אין לך מה לאחד- ראשית עשה את הדברים שברצונך לאחד, ואח"כ הבא את המושג עבורם. זוהי משיכה בחבל, מתי עליך להחליט שהתגלית נסתיימה, ועם הגדרות זה קשה מאוד, כי הן שרירותיות, ואינך חייב להגדיר הכול באותו אופן. זה נאמר ע"י הנס פרוינדנטל, לא, זלמן יוסיסקין. סתם, אנא חיתכו זאת מהפרוטוקול.

ניצה-אם יותר לי להתייחס בקצרה, נראה לי כי תיוון מתמטיקה ותקשורת במתמטיקה יכולות להיות משעממות נורא, ואיננו רוצים שמורים יעשו אף אחת מהן. מצד שני, שתיהן יכולות להיות מבריקות ונרצה ללמד כך תלמידים. כך ששימוש במה שאני מכנה "מתקפת פתע" או אולי שימוש בפרדוקסים או המחשת מתמטיקה ע"י דרמה, אולי ע"י פאזל או משחק, אנימציה על מתמטיקה, באם תקרא לכך תקשורת או תיווך, בסיס העניין הוא לעשות זאת בדרך מעניינת.

שלמה: אני נבוך. אני שלמה מאוני' מישיגן. מס' הערות לגבי בחירת תכנית לימוד- ראשית לגבי טמפ' כדרך ללמד על מס' שליליים- זה נחמד כנספח, אך בעייתי כפרדימה, ומפספס את העיקר. אין זה הגיוני, לדוג', לומר כי היום קר פי 2 מאשר אתמול. בקשר להצגת מס' שליליים מוקדם, יש לכך 2 פנים- ניתן להציגם כהופכיים, ולאחר מכן כמכפלות מסוימות, וכו'. לוגית, אין אפשרויות רבות, כפי שיוגי ברה אמר- כאשר אתה לוקח מזלג בידך והעולם לוקח אותו- הנק' היא שצריך לקבל החלטה.

שלמה וינר, הנושא הוא מדיניות ופוליטיקה. הפוליטיקה נדמית כאילו אינה מופיעה בציבור, היא מתחת לפני השטח. דיון זה מזכיר לי משל פוליטי- יש לנו ועידת שלום גדולה, מנהיגים מכל העולם משתתפים בה ומדברים על שלום. ברגע שהועידה נגמרת, הם שבים הביתה ונלחמים בעזוז מחודש. האם זה מה שיקרה גם לקב' זו?

דוידה: מה שאמרת כרגע הזכיר לי את מה שנועם אמר על משפחה. אין מריבות גרועות יותר מאשר בתוך משפחה, ואנו רבים כל הזמן. אולי אנו משפחה- רבים כל הזמן ומקווים להשיג תוצאות טובות יותר בסופו של דבר. אני חושבת שמובן קריטי של נושא זה הוא שפה. בהיותי מתמטיקאית במקור שלמדה את הצד החינוכי שבעניין, עלי לפרגן למס' פקולטות באוני' שלי שיש להן סבלנות בלתי נדלית לענות על שאלותיי האינסופיות של "למה אתם מתכוונים בתהליך\תוצר\הערכה?" שיחות מסוג זה יכולות להזכיר לנו על מה אנו דנים. לעיתים קרובות אנו רבים על 2 דברים שונים לחלוטין, אך איננו מודעים לכך. זה דבר חשוב שעלינו להכיר בו.

ברצוני להגיב על עניין המס' השליליים- מס' נמצאים בשימוש רב בביה"ס ובחיים. בד"כ הם משמשים בהתחלה לספירה, ולעיתים משמשים רק לספירה יותר מידי זמן, כל שהבעיה העיקרית של מורים למתמטיקה בביה"ס היא להעביר את התלמידים מחשיבה בדידה (ספירה) לחשיבה המשכית. טד, אחד הדוברים הבוקר, דיבר על תלמידים שחושבים על דברים בצורה בדידה, אחד הדברים שלא מלומד בביה"ס הוא סולמות מדידה. לעיתים יהיו שיעורים על סולמות חזקים, כמו סולם ריכטר וכיוב', אך אתה צודק- סולם טמפ' אינו סולם עמו מותר לחשב דברים כמו כפל ומס' שליליים, תכונותיו אינן מתאימות לזה. לדעתי זוהי נק' חולשה שאיננו מלמדים.

משה כהן: ניסיוני הוא בחינוך בארה"ב, יש לנו גיוון מסוים בתוכנית הלימוד, שנעה מחישוב בסיסי, סטטיסטיקה, דיברנו גם על גיוון- אך מדוע ישנה התנגדות כה עזה על שונות מוחלטת? יש לנו כבר ביולוגיה עבור תכניות לימוד שונות. מדוע איננו מתאימים את כל המקצועות לזרמים שונים? מדוע המדיניות אינה מתירה זאת? אולי לא לצמצם כ"כ את הנושאים שילמדו לאחר ההתאמות, אבל כך ניתן לתת לאנשים ברמות שונות לגעת בנושאים שונים במתמטיקה, ואולי לא נשמור על התוכנית האחידה לכולם במשך זמן רב כ"כ.

ניצה: נשמע את השאלה הבאה ואז נתייחס לשתיהן.

שמי הוא רמברנר, אני עובד באוני' הצרפתית באימון מורים, ואני גם היסטוריון של מתמטיקה. שאלתי מופנה לדוידה ויונאס, ובמובן מסוים גם לעזריאל לוי, אני רוצה לדבר על המדיניות הראשונה שהועלתה במליאה, בהרצאה על מיהו מורה טוב. דוידה, הזכרת כי כל התפיסות לגבי תהליך הלימוד יצרו מצב מסובך בו לא ברור מהו תפקיד המורה. ויונאס, הצגת בפנינו רשימה די ארוכה של דברים שעל המורה האידיאלי העתידי צריך להיות ולדעת. זה הזכיר לי את הדילמות שניצבו בפני כאשר בניתי תכנית לימוד עבור מורים לעתיד, בה נזהרתי שלא לדכא את הלומדים בגלל קשיי הלימוד וניסיתי לעודד אותם להמשיך הלאה. נדמה לי כי- וזו תופעה חדשה יחסית- כי מה שנדרש ממורים, בכל הקשור לידע מקצועי ולפעול לפי מס' שכבות של הנחיות הוא מכביד מאוד. שאלתי היא כיצד ניקח בחשבון בעיה זו, שמורה חייב להתמודד עם מורכבות כה גדולה של הנחיות לפיהן הוא צריך לפעול, ברמה העולמית\פדרלית\מדינית\מחוזית?

דוידה: לדעתי יש 2 חלקים לכך: יש כמות ידע מסוימת שאתה אכן יכול ללמוד. השאלה היא מהי כמות הידע המקצועי והחינוכי שאנו רוצים שיהיה למורה עתידי? לאחר מכן עלינו לבנות תכנית המשכית, קוהרנטית וברורה עבור השכלת מורים, בזמן שהם כבר עובדים בביה"ס. זאת מאחר וכשאתה עובד בכיתה, יש לך הרבה יותר ניסיון והבנה ורצון לחקור מאשר כאשר אתה סטודנט לא מנוסה. ישנן ארצות שכבר עושות זאת, וכאלה שלא. השאלה היא מה עלינו לעשות כדי להכשיר מורים תוך כדי התנסותם בחינוך להתמודד עם כל המורכבויות בעבודתם. החלק השני בכך הוא מדיני- כדי לבנות תכנית השכלה זו, זה כמעט לא חוקי לבנות תכנית כזו בלי לחשוב על התוצאות האפשריות שיקרו בכיתות. כיום מנסים לעשות זאת. אדם עשוי אולי לא להסכים עם המוסכמות של תכנית הליבה, לדעתי כולנו כאלו- לכולנו יש דעה- צריך להקים תכנית שתתמוך במחנכים וגם תבנה מדיניות כלשהי. אני סבורה כי זו דרך טובה לטפל בזה, באם זה יצליח- איננו יודעים עדיין.

הרשימה הארוכה של הדרישות הללו, עלי להדגיש את החשיבות (הקלטה לא ברורה). וגם חברם עם אופניים לבנים, כן, אני סבור כי זהו רעיון טוב. אני חושב כי התוכנית למורים למתמטיקה צריכה לכלול קורסים שונים לחלוטין מאשר התוכנית למתמטיקאים.

פול גוטנברג: יש לי מס' הערות לגבי המדיניות של חינוך מתמטי המבוסס על נתונים- אני רוצה לשאול האם הנתונים הללו נמצאים מאחורי ההצהרות הללו. שמענו היום מהנס נילס יאנקה שבגרמניה זוהי תועלתנות פוליטית, ואילו בארה"ב כפי ששמעתי מרביץ', הוא יודע יותר על היסטוריה של מתמטיקה ממני, שזהו אותו הדבר גם שם. עלי להוסיף כי אני חושב שמדיניות מושפעת יותר מלחץ כלכלי אפילו יותר מתועלתנות פוליטית, למרות שהן קשורות זל"ז, אז בעצם שאלתי האמתית היא מה ביכולותינו לעשות? אנו כאן, אכפת לנו מילדים ומתמטיקה, אז מה ניתן לעשות?

ניצה- נשמור שאלות אלו, ואבי ברמן ואז ג'רי ואז...

אבי ברמן, טכניון: ברצוני לבקש מחברי הפאנל להתייחס לשאלות של ניצה לגבי מדיניות על ערכים ומתמטיקה בתוכנית הלימודים, כי לא שמעתי על כך שיחה. אלו הם נושאים חשובים ולא שמעתי מישהו מדבר עליהם, אז אני מבקש שהפאנל ידבר עליהם.

ניצה- זמן להערות סגירה.

ג'רי: רציתי להעלות נושאי מדיניות שיש להם השפעה גדולה בארה"ב. השימוש בערך המוסף של מודלים, בהתבסס על מבחנים משוערכים, כדי לקבוע עד כמה המורה יעיל, אנו משתמשים בהם כדי להחליט איזה מורה לשמר ואיזה מורה לפטר, נראה לי כי זוהי מדניות בעייתית לגבי הערכות ומודל דו-ערכי להתמודד עם תוצאות הערכות אלו. אנו מתמודדים עם נושאים אלו , שגורמים למתח רב במע' החינוך שלנו, אני מעוניין להעיר על כך ולנסות לגרום לקובעי מדיניות להקשיב יותר לאנשים שיש להם ידע רב יותר בתחום.

עידו גל, אוני' חיפה: ברצוני לשאול שאלה המחברת מס' נושאים שאוזכרו כאן, פרופ' ניס התייחס לקובעי מדיניות, וסוכני מדיניות, שהם מעין אאוטסיידרים אך מעבירים את עקרונות המדיניות בדרכים שונות. אז יש לי שאלה פרובוקטיבית על מה שדוידה אמרה- אנו משפחה ורבים הרבה (...). אצפה לתשובה כנה, בסדר? בישראל יש לנו מדיניות לגבי תכניות הלימוד במתמטיקה שחווה עליות ומורדות כבר שנים רבות, היו לנו מס' מדענים ראשיים במשרד החינוך שכולם היו מומחים בחינוך מתמטי, אך עם זאת, אני סבור כי רוב האנשים אינם מרוצים מתוצאות המדיניות הנוכחית, בעיקר בתוכנית למתמטיקה וחינוך מתמטי. אז מדוע לאחר שנים כה רבות ואנשים רבים שניסו מאוד, עדיין איננו מרוצים מהתוצאות? פה אני רוצה להדגיש את ההבדל בין קובעי מדיניות לסוכני מדיניות. במדינות רבות כולל ישראל, האנשים בוועידות החינוך המתמטי הממשלתיות הם מתמטיקאים. עם זאת, כאשר גופים אחרים מנסים להשפיע בוועדות אלו, התוצאות הן שונות. השאלה היא, האם מתמטיקאים אמורים לנהל את הועדות לקביעת מדיניות בחינוך מתמטי? הנק' על כך קשורה למה שזלמן הזכיר כרגע, שעובדה היא שסטטיסטיקה חשובה למה שאנשים עושים בחייהם, אך למרות זאת סטטיסטיקה זוכה למסגרת מאוד מצומצמת בתוכנית החינוך המתמטי. זוהי שאלה מורכבת, אני מתנצל, אך אנו עוסקים בנושאים סבוכים.

אהובה שקוט: השאלה קשורה לפער בין מתמטיקאים ומחנכים למתמטיקה. אני יודעת שישנה חפיפה גדולה. אני חושבת כי כל מתמטיקאי טוב יכול להיות מורה נהדר, והיה לי מורה פעם שאמר כי הורים משמשים כמורים במשך כל חייהם. אך גם אם אתה מתמטיקאי מקצועי, אתה כותב מאמרים שאנשים קוראים, למעשה אתה מחנך בכל נק' בקריירה שלך. אז מי אחראי להפוך את המתמטיקאים שלנו למחנכים טובים יותר למתמטיקה? כדי להוות השראה, האם חוקרי חינוך מתמטיקה צריכים לחקור כיצד מתמטיקאים לומדים? או שמדובר בדיצפלינות שונות ואין לערב ביניהן?

קין קלמנט, אוני' אילינוי: אני סבור כי בארה"ב היו הכי הרבה מתמטיקאים עם תארים מתקדמים במהלך השנים, וברצוני לשאול כיצד זה שבארה"ב, לאחר שנים כה רבות של לימוד חיבור ושברים ומחקר על כך, הפער בין תלמידי ביה"ס והמתמטיקאים המקצועיים הוא כה גדול?

ניצה- למרות שלא מדובר במדיניות, ייתכן שלכל אחד מאתנו יש רעיון מדוע זה כך, שאלת מיליון הדולר היא כיצד 3 דק' לכל חבר פאנל יספיקו כדי לענות על הכול.

דוידה: ברצוני לענות על שתי השאלות האחרונות. האחת היא כיצד להפוך מתמטיקאים למורים טובים יותר, אינני חושבת שאפשר. אך כן ניתן לתמוך במתמטיקאים ששואפים להיות מורים וטובים יותר. זה מתקשר למדיניות מאשר ואוני' מתגמלות בעיקר חוקרים ולא מורים. צריך לשנות את המדיניות כך שתתמוך המתמטיקאים ששואפים גם לעסוק בחינוך מתמטי. לגבי שברים- זהו דבר שדיברנו עליו מידי פעם, שהוא המורים למתמטיקה בבי"ס היסודי, שהם לעיתים התלמידים החלשים יותר שלנו באוני'. זוכרים את אלו שאינם מסוגלים לעשות, אלו שאינם מסוגלים ללמד? המדיניות שלנו, עד גבול מסוים, תומכת בזה. אני מאמינה כי הוראה היא אחד המקצועות המכובדים ביותר, עלינו להעלות את תנאי השכר ודרישות הקבלה לתוכניות הוראה. יש לדרוש רמת ידע גבוהה במתמטיקה וכל מיני קורסים- כמו, למה שאחשוב על שברים? שברים הם קלים! ובכן, הם אינם קלים עבור ילדים, אם נרצה שהם יבינו את מה שהם לומדים. יש ללמד קורסים על הרצף והקשר בין החומר הנלמד בביה"ס היסודי ועד הקולג'. אם נדע לחבר בין הידע המתקדם לבין הבסיס הנלמד בכיתות נמוכות, אולי נשפר את הלימוד בביה"ס היסודי, ולכן גם חינוך על תיכוני. תודה.

יונאס: יש דברים רבים להתייחס עליהם. מהו מחקר טוב בחינוך מתמטי, היא שאלה שנשאלה פה מס' פעמים. זוהי שאלה דומה למה מחקר טוב בX? מהם הקריטריונים הרלוונטים, המשתנה התלוי וכו'. מחקר טוב בחינוך מתמטי צריך לתת ידע על הנושא הנחקר. ציינתי קודם כי המצב בגטנבורג אינו טוב כ"כ. קיבלנו 100 תלמידי דוקטורט למחקר. הם מלמדים בבי"ס בחצי משרה ומקבלים PHD מהאוני' על 50% האחרים מזמנם. אני חושב כי יש לשתף פעולה בנושא זה בין מתמטיקאים, מחנכים למתמטיקה ומחנכים באופן כללי. העתיד יהיה ורוד.

ובכן, אני מקווה שהעתיד ורוד.

זלמן: לגבי אמון- אינני מסכים עם דעתך על מדיניות. יש להבדיל בין מדיניות ופרקטיקה. מדיניות היא דבר שנוצר בד"כ ע"י ועדות, והיא כתובה, בניגוד לניסיון המעשי של מורים בכיתות. הם עשויים לקרוא לזה מדיניות, אך הם משנים אותה בקלות. מדיניות לעניות דעתי היא דבר שקשה לשנות. מאחר והיא נוצרת ע"י ועדה המורכבת מאנשים מתחומים שונים. הבעיה עם אנשים מתחומים שונים היא שמידע נוטה להיאבד ואמונות נוטות לגבור על מידע. בארה"ב, ובעיקר אצל תלמידי יסודי- ישנן הערכות כי הם יודעים היום יותר מתמיד, הם יודעים דברים שבעבר תלמידים בגילם למדו רק כעבור שנתיים. גם התיכונים מלמדים יותר מתמטיקה מ-בעבר- יותר מתמטיקה של שנה א' נלמדת בתיכון מאשר בקולג'. זה שינה את אופי התלמידים שלומדים בקולג'. לרוב יש להם פטור משנת לימודים שלמה של מתמטיקה, כי הם למדו את כולה במהלך התיכון. ידוע כי מחלקות למתמטיקה גייסו את הדוקטורנטים שלהם מכיתות מצטיינים במתמטיקה. כעת הם לא יכולים לגייס סטודנטים מצטיינים במתמטיקה, כי כל המצטיינים אינם לומדים קורסים במתמטיקה בקולג' מאחר ולמדו אותם בתיכון. התלמידים שלומדים מתמטיקה בקולג' פחות טובים מבשנים הקודמות, ולכן הטענות בדבר רמת הסטודנטים הללו הן נכונות- טוענים כי הסטודנטים למתמטיקה פחות טובים מבעבר כי כיום לא כולם לומדים מתמטיקה, בעיקר לא המצטיינים. מתמטיקה בהשכלה הגבוהה נלמדת בד"כ במסלולים למדעים מדויקים והנדסה, ולכן אין הרבה מחלוקת בינם לבין סטודנטים לחינוך מתמטי. לכן הוחלט כי על כל הסטודנטים ללמוד יותר מתמטיקה. ההחלטה הזו גורמת התנגדויות רבות. ישנם מתמטיקאים שהחליטו החלטות לא הגיוניות לגבי מתמטיקה וחינוך מתמטי, ישנם מחנכים מתמטיים במחקרים שבהם המחקר עוסק בשטויות. בשני המקרים, ניתן לראות מקרה אחר מקרה. אני חושב כי עלינו לקרוא לסדר את האנשים משני התחומים שמזלזלים זה בזה.

עזריאל: הוזכר פה כאילו הרמה הנמוכה של החינוך המתמטי פה הוא מאחר ומתמטיקאים הם אלו העוסקים בבניית תכנית הלימוד. למען האמת, היו שני מחנכים למתמטיקה בתפקיד המדען הראשי, אינני סבור כי הם היו טובים מאחרים, אני חושב שדוידה ציינה את הנק' המרכזיות. המורים הם ברמה נמוכה, לרבים מהם אין תארים במתמטיקה, המשכורת והמורל נמוכים, כמובן שהתוצאות יהיו לא טובות. יש לעשות מאמץ לאומי להשגת מורים טובים יותר.

זלמן: הייתי בכנס לפני 5 שנים, מתמטיקאי אחד התבטא בחריפות נגד הסטנדרטים של המדיניות של לימוד מתמטיקה בקולג', והוא אמר כי הכול בישראל מתנהל נהדר. בחיי שאיני צוחק.

ניצה: אם תרשו לי, ברצוני לחלוק עמכם משהו שעמיתי סברו כי הוא נהדר- הזכרתי את צבעי המפה העגולה- מדוע שלא נסתפק בחלק יפה של מתמטיקה? מפה שבנויה ממס' סופי של מעגלים וחיתוכים שלהם צבועה בשני צבעים. זה ברור כי אם ניקח 2 מעגלים זה נכון. אם ננסה יותר מ2, למרות שזה לא יהיה קל כמו עם 2, זה יהיה נכון. אפשר לבצע הוכחה כללית, שמתמטיקאים אוהבים. זוהי דוגמא בדיאגרמה. זו מדינה וזהו חיתוך של כמה עיגולים? קדימה, תענו! וזה? וזה? (עונים מהקהל ולא שומעים) מה שאנו רואים הוא שכאשר אנו מתקרבים לגבול של האזור, שהוא החיתוך של 2 מעגלים, אם נחצה את הגבול זה יהיה אחד. על כל מס' מעגלים, אם נחצה את הגבול נקבל מעגל אחד פחות. בכל קצב, כל מדינה היא תת קבוצה של מס' זוגיים או אי זוגיים. נצבע את המדינות האי זוגיות בצבע אחד והזוגיות בצבע אחד, והכל ייצבע בשני מעגלים. זה מה שרצינו להוכיח. תודה.