בס"ד

**שיתופי פעולה בין מתימטיקה לבין חינוך מתמטי – רב-שיח**

**בהשתתפות: פאט תומפסון (מנחה), מישל ארטיג, אהוד דה-שליט, גינטר טרנר**

מנחה: ... להיות בפאנל זה, אנחנו נדבר על השיתוף פעולה של מתמטיקאיים וחינוך מתמטי. רציתי להודות לטד שאיפשר לפאנל זה לקרות, ועל כך שבאנו לבקר ויכולנו לכבד אותך... כשביקשתי מהפאנליסטים תקציר קצר על הביוגרפיה שלהם, בכדי שאוכל להציג כל אחד. והצגתי אותם בקצרה עד כמה שיכולתי זה עדין לקח 5 דקות, לכן סיכמנו שאני יזכיר את שמם ואז הם יחלקו איתכם את האספקטיים שהם מרגישים שחשובים להזכיר מהרקע שלהם. אז כפי שציינתי אני מרגיש כבוד להשתתף בפאנל זה עם מישל ארטילק, גרטר טונר ואהוד המכנה את עצמו אודי. התפשרנו על מספר שאלות מהפאנל אליכם ובשביל הפאנל במובן של ארגון של הפרזנטציות שלנו. אז אני יחלוק אותם איתכם. הראשון הוא: מה אנחנו יכולים ללמוד מדוגמאות עוצמתיים של מתמטיקה משמעותית וחינוך מתמטי משמעותי. זכרו נושא הפאנל הוא קולאברוטיזם בין מתמטיקה והחינוך המטמטי, מקביל לנושא הכנס שהוא מציאת קרקע משותפת. על זה אנחנו נתמקד. השאלה השניה היא איפה הקולאברוטיזם בין המתמטיקאיים למחנכים מתמטיים הכי נצרך ולמה? השאלה השלישית היא באיזה מצב תומך הקולאברוטיזם משמעותית בין מתמטיקאיים למחנכים מתמטיים? שוב, אנחנו נתייחס לזה מנקודת מבט של מציאת קרקע משותפת. השאלה הרביעית היא הפנמה בעובדה שיש צורך שיהיה איזה שהוא רקע משותף בכדי שהקולאברוטיזם יתפתח. ואז השאלה היא מהו טבעו של רקע זה? אנו מבינים ששאלה זו היא תלויית סיטואציה, הקונטקסט שבה הקולאברוטיזם מתקיימת והבעיות שמנסים לפתור, אולם, בו זמנית הרגשנו שיהיה שימושי אם מכנס זה נוכל לתת הכוונה לאנשים במערכות שונות בנוגע לדרך שבה הם חושבים על רקעים שיהיו נחשקים לאדם בעל PHD בחינוך מתמטי או PHD במתמטיקה . סדר הדיבור יהיה - גנטר, מישל ,אורי ואני.

גנטר: קולגות יקרים גם עבורי זהו כבוד גדול לפגוש את טד בפעם הראשונה באופן אישי, כמובן שקראתי כתבות עליך ושיחות וכו', לכן אני ממש מרגיש כבוד להיות כאן ומוזמן. נושא המפגש הוא מציאת קרקע משותפת ואם לא נצליח למצוא קרקע משותפת בפאנל זה – הכנס נגמר ואין יותר סיכוי.. (הקהל צוחק..) אולם הגענו להבנה שבקרקע המשותפת אפשר להחליק בקלות והייתי רוצה לתת קצת המלצות מנקודת מבטי, מנקודת מבט גרמנית. חשוב בחיים שתהיה דלת פתוחה, בהיסטוריה הישנה בבית הספר הפיטגורס היה דלת שעליה היה כתוב לכן מוזמנים להיכנס רק אנשים שיכולים להתמודד עם גיאומטריה, וכשנכנסנו לאוניברסיטה זו הבנו שצריך להזדהות, לכן אני יתחיל בזיהוי עצמי שלי, אז אתחיל, במערב גרמניה יחד עם ניילס ינקר אנחנו על קמפוסים של שונים של אותה האוניברסיטה. זהו קהל המורכב קודם כל ממתמטיקאיים לכן אני צריך להראות לכם את הזהויות שלי, אני עובד באלגברה והפרסומים האחרונים שלי הם בנשוא סיבוכים באלגברה והרשימה עוד ארוכה מלבד מאמרים אלו. אני מתמטיקאי יישומי, אני עושה פרוייקטים בקונטקסט של דיסקריט מתמטיקה וזהו תמונה של עבודה משותפת עם סייע שהיה בטוסגרופ- מפעל המייצר פלדה, זהו בעיה שמתארת בעיות של סקדולינג בתוך קונטקסט של הפחתת זמן משתי דקות לדקה וחצי. ואני אוהב פרוייקטיים קטנים כאלו עם חברות באזורים שלנו. ישנם מחנכים מתמטיים בקהל זה לכן אני צריך להזדהות שוב, אלה חלק מתחומי העניין שלי והפרסומים שלי ואם יש מורים בקהל אומר שאני נשוי למורה (הקהל צוחק..) כן אני צריך לדבר כל יום וכתבתי 2 ספרי לימוד בית ספריים והרצאתי לפני כעשרים שנה. נדמה לי שהצגתי את הזהויות שלי. ניתנה לי הפרבילגיה לשקף בקרירה שלי, מאז ההשכלה הבית ספרית שלי, זמנים של המתמטיקה השתנו, בזמני קראתי פאפי וזלוסיין פליס וזה היה מצויין והמורה שלי האמין בי. ב- PHD העיקרי שלי, המפקחים היו פיקט ואטמן ואלו אנשים שהיו פתוחים למתמטיקה ולחינוך המתמטי. ב-73 זה היה הפעם הראשונה שפרוגנטל והספר שלו על מתמטיקה כמשימה חינוכית הודפס. כל העבודות במחלקה במובן מסויים הם מולטי תרבותיים בעיקר מתמטיקה כמחנכים מתמטיים והיו לנו שיחות עוצמתיות לפני כ- 20 שנה לגבי מהו דיסנטיתיון ומהו PHD שיש למתמטיקאי, איפה המחנכים המתמטיקאיים, אבל זה היה לפני 20 שנה וזה לא סוג הדיון שיש ב PHD . קיבלתי הכרה ונשלחתי ל EC של המחלקה המתמטית בגרמניה שזה היה חשוב עבורי, וב-73 הבנתי שהנקודת מבט האישית מעוררת מחלוקת בפרקטיקה הפילוסופית של התהליכים החינוכיים וזה יישומי למתמטיקאי ולעיתים גם פילוסופיה על חינוך וזה יישומי גם למחנכים המתמטיקאיים שיש להם נקודת מבט שונה ופילוסופיה שונה על התהליכיות החינוכית. נקודות מבט האישיות שלי, אני עורך תוכניות שבה אני צריך לתאר את הקרקע בתיאוריה. המתמטיקאי אינו קיים ומחנך המתמטיקאי והמורה אינם קיימים, נתבקשנו להתייחס ל-מתמטיקאי ול- מורה. השאלה שלי זה כמה אנשים מהקהל באמת יודעים מהי כיתה מתמטית אמיתית? אני לא. ביקרתי מספר כיתות לימוד וצפיתי בתהליכים אבל אני לא יודע מהי הסיטואציה האמיתית של הכיתה המתמטית . אין לנו בעיות בסיסיות של מחקר בחינוך מתמטי, אבל בעיות יישומיות במקרים רבים לא פתורים, ולעיתים זה מוזנח. מחקר קיים ואפקטיבי בחינוך מתמטי והיישום קשה יותר מלפרסם משהו מעניין בנוגע לפתרונות חדשים המתמטיקה. זוהי נקודת המבט שלי כמתמטיקאי, אנשים כמו טד נכחדים. בגרמניה יש רק 2 אנשים המוכשרים במתמטיקה אמיתית בחינוך מתמטי, אולם אינני רואה דור חדש שמתפתח שמוכשר בגרמניה. אנחנו צריכים פתרונות לא אנשים. נישואין היה מטאפורה, קשה להאמין אבל היה גירושין בגרמניה בשנות ה- 60. שותפות, מי הם השותפים, איך לתעל מצב של win win? זה לא קל. אני אשתמש במטאפורה אחרת. יחד עם חברי הרקסמן ב – PME אנחנו מדברים על חיפוש גשרים מעל מים סוערים. זהו ראייה מאוד סובייקטיבית מגרמניה. מתמטיקה וחינוך מתמטי הם קונסטרקטס שלא יכול לשתף פעולה, אולם אנשים וקבוצות יכולים וזה בעיה. למה צריך לייחס חשיבות בזמן שעושים מחקר, אמונה במחקר בחינוך מתמטי, ישנם אמונות רבות מצד המתמטיקאי, של חוסר קבלה שהבעיה בלימוד היא פונדמנטלית ע"י עצמה. רבים מהקולגות שלי רוצים שזה יהיה כמה שיותר קטן, שיחזור על עצמו כמה שפחות. במתמטיקה יש הטייה גדולה מאוד בין התלמיד למורה, וישנם אמונות שעומדות מאחורי זה, אולם, מהצד השני של המחנכים המתמטיקאים יש אמונות, יש להם לפעמים ביטחון עצמי נמוך בנוגע למתמטיקה, זהו האמת הם לא מודים בזה. מצד שני יש ראיות לא מפותחות על מתמטיקה. אמונות אלו צריך להתייחס אליהם ברצינות . שני הצדדים לא מדברים על בעיותיהם ברמה פילוסופית ולא יהיה לזה אפקט בפרקטיקה היומיומית. במקום להתחיל בשיתוף פעולה בואו ננסה לתקשר. ניתן לפתור את הבעיה במחלקה באופן אישי, אולם זה יוביל לניחום מצומצם .לא לפעול כמיסיונר, אלא ברגישות בתהליכים תקשורתיים בין שני הצדדים, אל תנסה לשכנע את הצד השני שיש לך יותר ניסיון. היה צנוע בציפיות שלך. קבלה של שני הצדדים מוביל לסיטואציות של WIN WIN . אולם סביר להניח שזה לא יהיה הכי אפקטיבי. הייתי נותן הרצאה אם תרצו על איך החינוך המתמטי משפיע על הראייה שלי על המתמטיקה והפוך, אולם זה רק דעה אישית. סיטואציה אלטרנטיבית טובה יותר, קל יותר להגדיר סיטואציות של Win Win כשקבוצות וחברות מעורבים. זהו סיטואציית Win Win עבור ארץ כאשר מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים יוכלו וירצו לשתף פעולה. זה לא מה שקורה ביום-יום בכל ארצות אירופה. אני יציג ידע שצברתי מתוך צפייה ויראה לכם כמה פתרונות אפשריים. אולי נקרא לזה אינטגרציה של פתרונות. פתרון בעיות עבודה משותפת של חברות מלומדים. ה- ICM בשנות ה-90 בברלין היה הזדמנות לכניסה לשדה והיה דיבור מפורסם ע"י האזאייז, שאמרו לנו כמתמטיקאיים שגשרים קשיחים עלו, ואתם כמתמטיקאיים חיים במגדל שנהב. היה נשיא שקראו לו מתין קושקוש של החברה שלנו, והוא ניסה לכלול גם מתמטיקאיים יישומיים לתוך החברה. הצעתו הייתה למצוא מקום למתמטיקאיים ולמחנכים מתמטיים בוועדה הראשית באנפאוור, וזה יושם ב- 1993. הקולגה שלי פויירק היה הראשון, אני הייתי השני, היום כמעט 20 שנה אח"כ זהו עדות עצמית לחשיבות של מייצג מתמטיקאיי ב- CC . אתן הצעות למה שעובד בתרבות הגרמנית. חברות באמצעות פתיחות, מייצג מחנכים מתמטיים בכל המפגשים של ה- EC. פתיחות מייצרת ביטחון עצמי. הזמן את הקולגות שלך לביתך וכמובן חפש חברים משותפים. קרנות וצדקות שיממנו , כחלק מהחברה המתמטיקאיית האירופאית, כנס חברים של מחנכים מתמטיים לשנה הבאה. תודה.

מישל: אני מישל ארטיגר מאוניברסיטת סאבל. אני מאוד שמחה להיות כאן איתכם ועם טד. פגשתי את טד לראשונה ב- PME בקבוצה למתמטיקה מתקדמת. הייתי חדשה בסביבה, והקולגות עודדו אותי, אני זוכרת את טד ועבורי זה היה מאוד חשוב. אני אדבר על הקולאברוטיזם. אני יתחיל בלספר קצת על הרקע שלי אולם אזכיר את מה שנראה לי חשוב להבנת המקום שלי כאן. הוכשרתי בהתחלה כמתמטיקאיית וקיבלתי PHD , כשהייתי בת 23 הגעתי למחלקה באוניברסיטה, אולם מהר מאוד פרופסור שהיה הדירקטור של המוסד המחקרי לחינוך מתמטי אנדרי רווז נתן לי לעבוד במוסד חלק מהזמן, וכך התעניינתי בשאלות בחינוך מתמטי. במשך זמן מה ניסיתי לשלב את שניהם, אולם לא הצלחתי כמו גנטר. לכן ויתרתי ונהייתי חוקרת חינוך מתמטי במשרה מלאה. יש לי ניסיון רחב של שיתוף פעולה עם מתמטיקאיים, כיוון שכל חיי עבדתי במחלקה המתמטית, ולעיתים קרובות אני עובדת עם מתמטיקאיים כדידקטית ואחת שצריכה לתרגם את הקורס של המורים למתמטיקאיים והפוך. ואם הייתי ביפרובוקטיבית הייתי אומרת שאני אומרים לי לעיתים קרובות : "אני מנסה לקרוא מאמר מחוקר חינוכי אולם תסתכל על זה יש כ-10 דפים על תיאוריה ובסוף על סך של כ- 5 דפים ניתוח ואני לא רואה שום תוצאה, איך אני יכול להשתמש בזה?" זה לא כל כך קל לשתף פעולה. אולם, כפי שגם אתם חושבים, אני חושבת שהקולאברוטיזם הכרחית כיון שאי אפשר להשיג שיפור של החינוך המתמטי ללא שיתוף פעולה. אולם בו בזמן זה בעייתי, ואני חושבת שהשינוי של חינוך מתמטי כשדה לחקירה שכתוצאה טבעית מתגבר התפתחות הדיסטנס בין שני הקהילות וזה יוצר מתחים מכל הסוגים. לכולם יש את השפה העצמית שלו, את המתדולוגיה, את החלקים הטכניים שלו וגם את הבעיות שלו וזה יוצר בעיה לתקשורת. כמו כן העבודה שהוזכרה ע"י גנטר שמסיבה זו זה נהיה יותר ויותר קשה להיות גם חוקר לגיטימי עם ידע כמתמטיקאיי וכמחנך מתמטיי. במעבדה שלנו כמעט לכולנו יש PHD במתמטיקה ועברנו לחינוך מתמטי, אולם באופן כללי לא ניתן לעסוק כחוקר וגם להיות מוכר כמחנך מתמטי כי זהו תפקיד במשרה מלאה להיות חוקר. צריך לחשוב שהאיכות של היחסים יותר ויותר תלויה על הייסוד של קולאברוטיביות פרודוקטיבית בין אנשים שאין להם מומחיות מחקרית כפולה אבל חושבים שהקולאברוטיזם נצרך, והם מוכנים להשקיע אנרגיה ומזמנם כדי שזה יהיה אפשרי ופרודוקטיבי. וכמובן יחידים הם מאוד חשובים אולם זה הכרחי לפתח מבנה מתאים לשם כך כפי שהוזכר ע"י גרטנר. כיוון שהתרבות של הקולאברוטיזם צריכה להתפתח מהרמה המקומית שהיא מאוד חשובה לרמה הבינלאומית . הנקודה האחרונה היא שאני חושבת שאני מאוד פרגמטית לבעיה זו, ואני חושבת שזה מאוד חשוב שנשקיע את האנרגיה שלנו בפרוייקטים קולאברוטיביים שיכולים לעשות שינוי די מהר, כמו כן שהקולאברוטיזם נראה נגיש במחיר סביר. וזה תלוי על מבנה וקונטקסט. הייתי רוצה עכשיו להמשיך ולהציג כמה דברים מהניסיון שלי. יש לנו פעילות של קולאברוטיזם אולם לא לקחנו את זה כאובייקט לחקריה. ואנו יכולים להתקדם עוד צעד ולפתח את המעשים וזה חשוב בשלב זה אני חשובת. אני אדבר מהפרסונול לראייה יותר מוסדית ובינלאומית יותר. עבורי ישנם מספר חוויות שהשפיעו שהיה לי קולאברוטיזם עם מתמטיים כיון שהעבודה שהייתה לי בחינוך מתמטי דרשה שיתוף פעולה ותקשורת עם מתמטיקאיים. אני חושבת שלדוגמא השיתוף פעולה שהיה לי עם אדריין ואדי בנוגע ללימוד של דיפרנציאליים אגרטיביים. כמובן שאני חושבת שאני זכיתי יותר ממנו בקולאברוטיביזם זה, אולם אני חושבת שבמובן מסויים זה היה סיטואציה של Win Win כי כשהתחלנו לעבוד יחד היה לו ממש קשה ללמד והוא לא כל כך הצליח, ואני חושבת שבעבודה שפיתחנו יחד הראנו שאפשרי לפתח את ההוראה ולעשות את זה אפשרי, אם אנחנו מאפשרים לפתח את הכלים הנכונים בכדי לעשות זאת. הייתי רוצה גם להזכיר את השיתוף פעולה של ד"ר וויט בחינוך מתמטי בהקשר של הוראה בוולוג'יק, כי בצרפת יש לנו יש לנו חינוך לוזי'ק בביה"ס תיכון, ה- PHD שלי הוא משם וחשוב לי לדבר יחד עם הקולגות שלי. יש לי קולגה אחד ספציפי שהוא מפקח עלי, הוא גם חוקר מהם הדרישות של מחקר של PHD בחינוך מתמטי ועד לאיזה נקודה הם שונים מהדרישות של ד"ר ולקיסי, כמו כן העובדה שהדרישות שלו מאוד מקצועיות. ולא קל להשיג אותם. החוויה השניה היא שזה די טבעי שיהיה שיתוף פעולה בקורסי האיוניבריסיטה ובייחוד בקורסים מאותו תחום. היה לי ניסיון כזה עם פיזיקאיים, היסטוריונים מתמטיים מספר פעמים בחיי וזה היה מאוד חיובי. והעובדה שיש לנו מתמטיקאיים מבניים, מתמטיקאיים היסטוריונים, דידקטיים, מחנכים מתטיים ,מורים עובדים יחד במשרה חלקית לאורך זמן, זה משהו מאוד חיובי שיוצר תרבות של קולאברוטיזם. שיתוף פעולה בפעילות פופיולאטיבית די קלה כי מתמטיקאיים מתחברים לפעילות כזו בקלות. ואני מתמחה בעיקר בבית ספר עם קולגות מתמטיים שחווים מתמטיקה, ומה שאני רואה הרבה שיש דרישות גבוהה יותר של מתמטיקאיים בפעילויות פופיולאטיבית של מחקר בנוגע להשפעות של פעילויות אלו. והיה לנו לאחרונה מחקר כזה. נקודה נוספת- קולאברוטיזם בקבוצות בין-לאומיות, וזה מאוד חשוב, כיוון שיש לזה גם השפעות פוליטיות וחוויתי את זה מספר פעמים. עבורי מאוד חשוב השיתוף פעולה ברמה בין- לאומית כשהיו בחירות ב-1994 היתה מלחמה והמתחים ברמה הבינלאומית בין מתמטיקאיים היו רבים. ולכן היה מאוד חשוב שנדע מה אנחנו רוצים להשיג? ואיך ניתן להשיג את זה ? איך ניתן לשפר את הסיטואציה? ולמדתי רבות מהעבודה עם היימן. הייתי רוצה להתמקד על פרוייקט קליין. פרוייקט קליין שמנסה לעשות מחקר של המאה ה- 20 כזמין וכמקור להשראה למורה למתמטיקה זה משהו שהוא הכרחי. ופרוייקט נוסף חדיש הוא על כך שאנו רוצים לארגן בארצות מפותחות סדנה למשך שבועיים כפיילוט של מתמטיקאיים ומורים מתמטיים. אנחנו מושכים את כל מי שמתעסק עם ההוראה, מתמטיקאיים וכו ' מייצג מכל אחד. אחד לפיתוח רשת של קשרים, והאימון יהיה חלק על מתמטיקאיים, חלק על דידקטיקאים מתמטיים, חלק על סוגיות אורגינאליים, ובסדנה כל אחד לפעמים מלמד ולפעמים מורה. ואני מקווה שזה יצליח. כמו כן אני רוצה לציין שמה שנעשה ברמה הבינלאומי יכול להשפיע ברמה מקומית, לדוג' ההשפעות החיוביות שהיו מפרוייקט קליין על היחסים בין מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים בברזיל מההתפחות של פרוייקט קליין בפורטוגזיה. לסיכום, קולאברוטיזם תמיד תהיה יקרה, יש צורך בבנייה של שפות מתווכות ובנייה מתאימה כדי שתקשורת תהיה אפשרית. מתמטיקאיים, היסטוריונים, מורים ומחנכים- כולנו צריכים ללמוד הרבה על קולאברוטיזם פרודוקטיבי, אנחנו צריכים לקבל את המגבלות של הידע והציפיות שלנו, אולם אנחנו גם צריכים לדעת ולהעריך את חשיבות של הידע שלנו לאחרים. צריך נחישות, קל יותר להרוס מלבנות אולם כשזה מצליח זה ממש מתגמל.

אודי: שלום קוראים לי אודי מאוניברסיטה העברית ואני רוצה להודות למארגנים שהזמינו אותי, אני לא הכרתי את טד עד שבאתי לכאן אולם שמעתי עליו רבות, אני לא מנוסה כמו שני הפאנליסטים שדיברו לפני, אני מתמטיקאיי, במשך 15 שנים האחרונות התעסקתי קצת בחינוך מתמטי. ואני יתחיל באמונות שלי על הנושא ואז אני יציג שני פרוייקטים שהיו ארוכי מועד שהייתי מעורב בהם. האחד בניית אקסאביטיון מתמטית, והשני יחד עם אברהם ארכבי וברוך שוורץ בחינוך מתמטי באוניברסיטה העברית. אני יתחיל ואומר שהשיתוף פעולה בין מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים תלוייה בשני פקטורים. האחד כפי שצויין פתיחות- פתיחות לדעתי זה מוכנות לקבל ביקורת על השדה המומחיות שלך ע"י האחר, ואין זה אומר שאתה תכתוב ספר כי אתה יודע מה מלמדים בכיתה ואני יעשה את הבדיקה של המתמטיקה. זה לא שיתוף פעולה. הדבר השני זה כבוד- הבנה שיש שני מתודולוגיות ולעיתים גישות שונות, ורק כאשר יש לשני הצדדים את הכבוד הנטרלי ועובדים בהורמוניה הקולאברוטיזם יכול להניב פירות. אני לא חושב שאפשר לצפות כיום שיהיו אנשים שיתמחו בשני הדיסיפלינות, אין הרבה כאלו כפי שצויין כבר. והקולאברוטיזם מאוד חשובה. למה? כי סך העובדות של פירות שיוצאים מהשיתוף פעולה הם יותר מתרומות היחידים. איפה ומתי? כאן אני מביא את דעתי האישית, אני עובד בשיתוף פעולה בשדה באימון מורים, התפתחות קוריקולום, עבודה קומידית, אין לי ניסיון בשיתוף פעולה במחקר מתמטי, אולם זהו שדה נרחב ואפשרי. למי? זה לא סימטרי, מצד המתמטיקאיים ישנה ציפייה שהשיתוף פעולה תהיה ע"י הבנת סוגיות דידקטיים, שיהיה כישרון טבעי להוראה, דבר שלא תמיד קורה אצל מתמטיקאיים, להכיר באיזה שהוא אופן את ההתפתחות הקוגנטיבית של הילד. הכלל הוא- לעולם אל תלמד קליקולוס בן 7 אלא אם כן שמו הוא טרי טאוב. (הקהל צוחק) להכיר את המערכת. מהצד של המחנכים המתמטיקאיים רקע יציב במתמטיקה אני מאוד אוהב את מה שהיימן אמר. זה חשוב כי זה מאפשר לראות את ההקשרים והתמונה הרחבה באזורים אחרים, לזהות עקרונות חשובים ולהעריך את המתמטיקה. אולם גם רציתי להתמקד בחשיבות של הידע של המתמטיקאיים ההיסטוריונים בייחוד נקודות מחלוקת, למדתי רבות כשעשיתי את הקורס הזה עם אברהם וברוך, קראתי מאמר מרתק של ישראל קליינר שדיבר על האבולוציה של הקונספט הפונקציונאלי . זוהי דו'ג אחת, וישנן דו'ג נוספות . הן חשובות כי הן מעצימות את ההבנה של הדידקטיקה. אולם אני גם מאמין שההתפתחות הקוגנטיבית של היחיד, קשורה במובן מסויים להתפתחות היסטורית של הנושא. ומקבלים הרבה ע"י ההבנה של התפתחות הדברים. אלו הדברים הבאנליים שציינתי על אמונותי והעקרונות שלי. אני רוצה לתאר את הפרוייקט. בערך ב- 2005 חנוך גודפון שאותו פגשתם אתמול צירף אותי לפרוייקט שהיה שיתוף איטלקי- ישראלי- פלסטינאי אקסביטיון מתמטית. שהריצו אותה למשך כ- 4 חודשים במרכז מדע הוראתי, ואח"כ במוזאון המדע בירושלים ולבסוף, באוניסרסיטת לקוט בירושלים- אוניברסיטה ערבית. זה היה חוייה מאוד מתגמלת, שהתחילה מהרעיון שיכולה להיות תרומה גדולה של ערבים בגילאי עמידה להתפתחות האלגברה, להדגיש את האספקטים ההיסטוריים. וכשהצטרפתי והרעיון המרכזי הוצע, טענתי שזה רעיון מאוד נחמד, אולם, אם אתה רוצה שילדים יהנו מזה זה לא יכול להיות באורנטצייה היסטורית. למזלי, הפלסטינאיים חשובו כמוני והם דחו את הגישה ההיסטורית. שינינו בשמחה את הפרספקטיבה, אולם אז המתמטיקאיים העלו מספר דברים שלדעתם חשוב, כמו שמתמטיקה יכולה להיות כיפית, מתמטיקה חשובה באפליקציות ובחיי היומיום, מתמטיקה היא השפה של כל המדע ועוד מסרים שקשורים לתוכנית למידה בבית הספר. כל אלו חשובים אולם אני הרגשתי שיש תשומות נוספות שאני רציתי להכניס, אחרי ששינו את הפרספקטיבה שמנו דגש על שאלות מתמטיות כמו : האם מתמטיקה היא באמת השפה של כל המדע? או האם היא מדע בפני עצמו? האם מתמטיקה טובה נשפטת ע"י האפליקציות שלה, או גם ע"י היופי שלה? אלו מסרים שרציתי שילדים יחשבו עליהם. למה תיאוריות מתמטיות עומדות בכל מקום, בזמנן שתיאוריות אחרות צריכות להצניע את התיאוריות? מהו הוכחה? מהם האובייקטיים של המתמטיקה? איך מתמטיקאיים עובדים? האם הם ממציאים או מגלים? היו שיחות מאוד מעניינות בנוגע לאיך לבנות את זה. אני אתן לכם לראות תמונות. רציתי לדבר קצת על התיאוריה פיטגורס, המחנכים המתמטיקאיים שהיו שם הכירו דרך זו של הדגמה של הפיטגורס דרך הגלגל שהנוזל זורם מהריבוע הגדול לשניים הקטנים וממלא אותם וכו'. ואז אני אמרתי שאני רוצה שיהיה מסר נוסף, מסר שזה לא הוכחה, ואני רוצה שיהיה לילדים את היכולת לדבר עם הכוונה כמובן על מה יותר משכנע? ומהו ריגוס מתמטי? זהו דו'ג לכך שהשיתוף פעולה התבצע כי שני הצדדים כיבדו אחד את השני. והקולאברוטיזם איפשר לקחת את המקום הזה קצת יותר קדימה ממה שתוכנן. יש לי מעט מאוד זמן לדבר על הפרוייקט השני המאוד מתגמל שהיה לי. שנה שעברה כשהרצנו קורס שנתי עם אברהם מרכבי וברוך שוורץ, אברהם כפי שאתם יודעים הוא מההוראה המדעית מהמוסד של ווייט. ברוך שוורץ החל כמתמטיקאי הוא עשה את ה- PHD שלו בפסיכולוגיה ובית הספר לחינוך. אז היו לזה שלושה צדדים, זה חלק מתוכנית רחבה יותר ליישום לימוד מתמטי בישראל כשאין זמן לדבר על כך שהאימון בישראל ממש לא במצב טוב כפי שאתם בטח יודעים. לצערנו היה לנו רק 12 סטודנטיים, אולם אני חושב שזה מודל לקורס לבעיות כאלו. עד עכשיו באוניברסיטה העברית יש 2 קמפוסים שסטודנטים שרוצים להית מורים לומדים מתמטיקה בקמפוס בגעת רב, ואז הם עוברים לקמפוס השני כדי ללמוד התפתחות הילד, פסיכולוגיה של הילד וכד', ומבקרים קצת בבתי ספר. אולם, אין עבודה משותפת בין שני הקמפוסים. אז היה לזה 2 ש"ש ל-12 סטודנטים במהלך השנה, היו מטלות לש.ב שבועיות, ופגישות שבועיות של המארגנים, ישבנו שלושתינו אחרי כל שיעור בכדי לדבר על השיערים הבאים, וזה היה הרבה עבודה מהנה. המטרה היה לדבר על סוגיות מתמטיות בסיסיות ברמה של חטיבת ביניים ותיכון מדגישים אספקטיים דידקטיים וקוריקולום, כאשר התלמידים לוקחים מקום אקטיבי ביישום בחומר הנלמד. הפורמט היה מוצלח לדעתי, חילקנו את השנה ל-7 חלקים של 4 שבועות -28 שבועות, 5 החלקים היו תמטיים. אריתמיקה, פונקציות באלגברה, גיאומטיריה, וטריגונומטריה, אנליזיה ולקלקילוס לא נשאר הרבה זמן. ושניים היו מקביליים מאוד מוצלחים, האחד היה על מודלים מתמטיים והשני על פתרון בעיות, טכניקות וגישות לפתרון בעיות וכד'. כל חלק חולק בין שלושתינו והסתיים בעבודה של המשתתפים שבה הסטודנטים נתבקשו להציג שיעור ופעילות הקשורים לחומר הנלמד בשלושת ההרצאות. החומר הנלמד לא בהכרח חפף את התוכנית לימוד התיכונית. דו'ג לסוגיות שעלו היו: הוראה טובה, לימוד והבנת מתמטיקה מול פיתוח כישורים מול פיתוח אינטואיציה וחוש מתמטי, איך למצוא קשרים בין פעילויות שונות, וחומרים שונים שנלמדים בתיכון, זוהי בעיה מאוד גדולה בישראל, ילדים לומדים גאומטריה, ואז יש להם שנה של הפסקה ואז לומדים גיאומטריה אנליטית וזה נושא לגמרי לא קשור, לימוד ספירלי, ארגון , קצב ודפטיביות גילאית, שימוש בטכנוגולגיה מתקדמת וכד'. על כל אלו דיברנו בתוך קונטקסט ולא כדברים אבסטרקטיביים. לסיום אתן לכן דוג' של איך זה עבד על פונקציות של אלגברה. בהרצאה הראשונה אני הצגתי את האבולוציה של הקונספט הפונקציונאלי. הדרכים השונות שאפשר לראות פונקציות באופן מתמטי ואיך חשבו על סוגיות אלו. בהרצאה השניה ברוך דיבר על פרזנטציות שונות של הפונקציות דרך טבלאות, גרפים חיצים ואנליזיה דידקטית של הפרזנטציות השונות. ואברהם סיום בהרצאה השלישית, הוא דיבר על תוכנות דינמיות שמשתמשים בכדי ללמד פונקציות. נראה שזמני נגמר אני אסיים. הסטודנט עשה את החלק שלו בצורה יפה. רציתי להביא את הדו'ג, אני חושב שהמודל של השיתוף פעולה והדרך שבה זה נעשה, אם יש דבר אחד שאני מתחרט עליו זה שהיה רק 12 סטודנטיים, הלוואי שהיו שם פי 5. תודה רבה על הכל.

טד תומסון: כבר אמרתי תודה לטד אז... (הקהל צוחק) קוראים לי טד תומסון אני מחנך מתמטי, אבל אני גם נמצא בבית הספר המדעי של סטטיסטיקה ומתמטיקה, לכן אני אדבר על הטבע של הקולאברוטיזם מהצד השני. מישל הייתה בשני הצדדים, אצלי זה מהפרספקטיבה של מחנך מתמטי שלא הוכשר כחוקר מתמטי. אחד מהדברים שרציתי לדבר עליו, עלה גם בשלושת השיחות הקודמים, במציאת קרקע משותפת, הכרחי שאנשים שמשתתפים בקולאברוטיזם מביאים את סוגי הבעיות שיש לכל צד. הכבוד הוא הכרחי - עלה מספר פעמים. אני חושב שהבנת הבעיות שכל צד מתמודד איתם, קשה יותר למתמטיקאיים מאשר למחנכים המתמטיים. ואני מדבר על מחנכים מתמטיים שלמדו מתמטיקה ברמה שסיימו תואר שני, אנחנו יודעים על הפעילות המוסכמת, אנחנו לא יכולים להתייחס לבעיות שאנחנו עובדים עליהם, אבל אנחנו יודעים מה המשמעות של ניסיון לפתור בעיות קשות. ואנחנו מבינים שהאספקט ההכרחי זה ההוכחה. גילוי והוכחה. ונראה לי שהסיבה שקשה יותר למתמטיקאיים מאשר למחנכים מתמטיים זה כי זה דורש פוליסה של הוראת בעיות קוליקורום. כשאני מדבר על המילה בעיה, אני לא מתכוון שוואי יש לנו בעיה, נכון? (הקהל צוחק). אלא במובן של סוגיות שבחקירה, ואני מתכוון בעיקר למחקר בחינוך מתמטי. הסוגיות שמתעסקים איתם הם אובייקטיים עמוקים ולגיטימיים של חקירה אינטלקטואלית. מתוך הניסיון שלי זה קשה יותר למתמטיקאי לחוות בנוגע לסוגיות של מחנכים מתמטים. ולמחנכים מתמטיים להעריך את המתמטיקה. ואני חושב שזה סוגיה מרכזית שכשזה קורה אני חושב שהקולאברוטיזם מניבה הרבה יותר פירות ועמוקה יותר. אז אני אדבר על שני דו'ג מאוניברסיטת אריזונה. אני עובר לרמת הדו'ג בכדי שמאוחר יותר אוכל לצייר באופן רחב יותר נקודה מסויימת. אז אתם בטח אומרים- רגע, זה 3 דו'ג... (הקהל צוחק) זה נכון הוא מחנך מתמטי (הקהל צוחק..). אני מחשיב את שני הדו'ג הראשונות כשני צדדים של אותה הדו'ג. במחקר על הלימוד של הקלקילוס, תסלחו לי נראה לי שחסר לי שקף...אה, הם לא בסדר נכון.. אז לימדתי יחד עם קבוצה של PHD סטודנטים למתמטיקה, לימדתי קורס אחד של קלקילוס, ולימדתי אותו בדרך של עיצוב ניסיוני. וזה אומר שאתה אומר מראש למה אתה עושה את מה שאתה עושה? ואיך אתה מצפה שזה יעבוד? ואת הבעיות שאתה מצפה לפגוש. ואז אתה מלמד את זה ומוצא את כל הדרכים שבהם טעית, ואז אתה מתעד את זה ומנסה להעמיק יותר בטבע הבעיה, ואז אתה מעצבב את ההתערבות שלך לחזרה על התהליך. יחד עם זה היה סמינר על מנחים של סטודנטים שנה ראשונה במתמטיקה, ואני השתתפתי בו. הסמינר לא היה על הקורס שלי בקליקילוס, אבל אני השתתפתי ומידי פעם שיתפתי אותם בדברים שאני עושה ומפתח ואיך הדברים נעשים. ומחוץ לזה היתה הצעה של הקרן הבינלאומי המדעי של ה- U.S לחקירה של מה סטודנטים לומדים מהדרכים השונות לגשת לקלקילוס, ואני יחזור לנקודה השלישית הזו עוד מעט. בחקירה של למידת הקלקילוס אנחנו מתמקדים על שלושה אספקטיים פונדמנטליים של ההתפתחות הקונספטואלית. בתוך זה אנחנו בוחנים את ההתפתחות של התלמידים בכל אחד מאלה ואת הקונטקסט של ההשתתפות שלהם בקורס הספציפי הזה של הקלקילוס. אולם באותו הזמן ניסינו לקבוע את המשמעות של איך סטודנטים אמורים להתפתח. וזהו חקריה מקבילה, זה שימוש בתהליך שנקרא אנליזיה קונספטואלית שעליה דיברתי באירועים שונים, אולם לא אוכל להיכנס לזה עכשיו. ואז הסוגיה של המשמעות שהסטודנטים יכולים לפתח. בסדר, אז יש את המשמעות שהסטודנטים מפתחים ויש את המשמעויות שסטודנטים צריכים לפתח אם הם הולכים ללמוד את הקלקילוס באופן פרודוקטיבי.ואז יש את מה שאתה קובע ומצטט את המציאות של הסטודנט לגבי האילוצים שהם ממקמים שאתה יכול באופן לגיטימי לקוות להשיג. כל אחד מאלה נעשה תוך כבוד למבנה, ובמילים אחרת, יכול להיות שזה יצא שונה עם הוראות אחרות. אם המבנה של הקריקולום שונה יכול להיות שהתוצאה תהיה שונה. ואם שמים תוכן שונה. וזה דורש מתמחים במבנה לתאר את מה שאתה מנסה לעשות ואת ההגיון. כל זה קשה למתמטיקאי אבל זהו העבודה של חוקר חינוך מתמטי. וזה דורש מתודות מיוחדות לחקירת ההשפעות.. אז אני אדבר על ההצעה, כתוצאה מהסמינר שאלו אותי מהם הצעדים הבאים? זהו קורס של 3 סמסטרים של גישה זו, הגיעה הצעה מהקרן הבינלאומי המדעי לחקור ע"י שימוש במתודות מתאימות, מה סטודנטים לומדים מגישות שונות מהקלקילוס. לא לנסות להתחרות במי הכי טוב, אלא התסתכלות עמוקה של מה סטודנטים לומדים מגישות שונות? אין לי זמן להעמיק בגישות השונות, אבל ישנם גישות שונות לקלקילוס, וזה יהיה מאוד שימושי מנקודת מבט מדעית אם נוכל להגיד באופן עקרוני מה אנחנו יכולים לצפות שהסטודנטים ילמדו מהגישות השונות. לכן זה יצא מזה. עיצוב תוכנית חדשה עם ריכוז בחינוך מתמטי. לקחנו כבעיה הכרחית את הידע וההבנה המתמטית של סטודנטים של התוכנית לימוד המשני שהיה חלש מאוד. הם לא רואים את הקריקולום המשני עד שהם מסיימים וחוזרים לבית הספר ומלמדים בתיכון. הם לקחו קורסים שאינם רלבנטיים לכל ההבנות הללו. הם לוקחים 4 שנים חופש מהתיכון וחוזרים ומלמדים עם הידע המתמטי שהיה להם כשעזבו. ואנחנו לקחו את זה כבעיה מהותית. הדבר השני הוא התייחסות לידע המתמטי של הסטודנטים ללימוד מתמטיקה בתיכון, והייד עשה עבודה מצויינת בהפרדת ההבדלים שבין הידע המתמטי והידע המתמטי להוראה. אז לקחנו בעיות מהותיות אלו לעיצוב התוכנית הזו. הקולאברוטיבים היו :לואיס סאודאנה – מחנך מתמטי, פאביו מלנר- מתמטיקאי ידוע שמתמחה בביולוגיה מתמטית ואני. וכל בית הספר למדעים מתמטיים כי הם נלחמו עד שהגיעו לכח העליון בכדי שיאשרו את התוכנית. בנוגע להבנה של מתמטיקה בתיכון, עיצב קורסים אלו שנחשבים כחלק מהקורסים לתואר הראשון. זהו קורס יוצא דופן בתוכנית לתואר ראשון מדעית. הוצאו קורסים אחרים בכדי להכניס קורס זה, כי הרגשנו שזה ממש רלבנטי לחומר שהם יילמדו. במיוחד באריזונה שעכשיו יש שנת לימוד מתמטית רביעית. ואנחנו מעצבים מחדש את הרצף של הקלקילוס וגיאומטריה אנליטית, זה מרחיב את הקריקולום המשני, במטרה לפתח את הקונספט ההבנתי שלהם בקריקולום. זה לא קלקילוס למורים. האנשים שעבדו איתי הפנימו שזהו קורס של יותר ריגרוס מאשר מה שלומדים הסטודנטים למתמטיקה הרגילים, כיון שאנחנו מצפים מהם להבין דברים. וזה ההבדל, אנחנו גם עיצבנו את הקורס ע"י כך שאנחנו תומכים בסוג זה של התפתחות הבנתית. הקדמה למבניות מתמטית וספרותית, במובן שהם יודעים איך לקרוא מתמטיקה, הם ספרותיים במתמטיקה. ובנוגע לידע מתמטי מתמטיקה בתיכון עיצבנו 5 קורסים נוספים שמפתחים את היכולת ללמד מתמטיקה. לא ללמד, אבל ללמד מתמטיקה. אין לי את הזמן לתת סקירה כללית של כל הקורסים האלו, אם אתם מעוניינים תיצרו קשר איתי באיימייל ואני אשלח לכם את הסיליבוס של הקורסים וסקירה כללית של התוכנית. דבר אחד רציתי לציין זה שאת השעות האלו היה צריך להביא מאיפה שהוא, כי התואר שלהם היה כבר מעוצב, אז את השעות הללו כבר הקדישו לדברים אחרים. אז איך הצלחנו להכניס שעות אלו? הקול'ג לחינוך שיחרר 20 שעות מהדרישות שלהם ונתן אותם לנו לעצב קורסים אלו, בכדי שנוכל להתמקד על ההתפחות של סטודנטים בידע המתמטי להוראה. אז הקולאברוטיזם היה מעבר לאנחנו- המחנכים המתמטיים למתמטיקאיים, צירפנו גם את הקול'ג לחינוך והם והנשיא גיבו אותנו, הנשיא הביא לקול'ג תקציב נוסף לצימצום הנזק של החומר שהורידו בכדי שזה התוכנית שלנו תצא לפועל במחלקה שלנו, ואח"כ גם במחלקה לאנגלית, היסטוריה שרצו גם לנסות את זה. אז זהו הטבע של הקולאברוטיזם שיש לנו באריזונה, ובניסיון שלי זה ייחודי, אבל זה מצביע על אימוץ קולאברוטיזם משמעותית בזירה של חינוך מתמטי בתוך מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים, זה דורש אימוץ של ההבנה של טבע הבעיות שאנשים מתמודדים איתם, ומהם המשמעויות של הבעיות. כל אלו רפורמות נדמה לי ברוח טד, תודה לטד שנתן לי את ההזדמנות לבוא לכן ולהראות את זה.

אני מבין שאין הפסקה נמשיך ישר לשאלות.

שואל 1: קוראים לי רון ליבנה, והשאלה שלי הוא לטד על הדבר האחרון שאמרת, הסברת איך אירגנת את התוכנית הזו, ואמרת שזה בא מחינוך, המורים היו צריכים לקחת קורסים נוספים במתמטיקה? מה היתה התוכנית הכוללת חוץ מהקורסים שהראת?

טד: זה התואר הראשון הסטנדרטי במתמטיקה מדעית שכל הסטודנטים למתמטיקה לוקחים. קלקילוס, אנליזיה אמיתית, אלגברה וכו'..

רון ליבנה: יש איזה שהוא חפיפה? הרי זה קלקילוס

טד: המבנה שונה, יש לי מסמך שנותן סקירה כללית על הקורס, זה באתר שלי אם תרצה להוריד את זה. זה קלקילוס אוריגנוס שעיצבנו בכדי שלסטודנטים שלומדים את זה יהיה הבנה עמוקה יותר ממה שיש בדר'כ. זה הכוונה שלנו.

אביטל: שמי אביטל, בסוף השנה מה יהיה המבחן? אותו הדבר כמו שנה שעברה? יש לכם מבחנים חדשים כדי להעריך את השיטה החדשה?

טד: את מדברת על הקורס של הקלקילוס?

אביטל: אם הבנתי נכון, יש לך מימון בכדי לבדוק את ה של יעילות של הדרכים השונות ללימוד הקלקילוס

טד: אין לנו אבל אנחנו מקווים שיהיה לנו.

אביטל: אוקי, אז אם יהיה לך איך תמדוד את ההצלחה? ואם האנשים האלו יהיו מורים האם תעקוב אחריהם אח'כ בכדי לראות איך הם מלמדים קלקילוס?

טד: ההצעת מחקר שלנו לא קשור לחינוך הוראתי, זה מה הסטודנטים לומדים מגישות שונות. אני עיצבתי רק גישה אחת, עוד לא סיימנו את עבודת המיסגור, אבל אני צופה שאנחנו נסתכל על כ-6 גישות שונות ללימוד הקלקילוס. זה לא מבחן, זה לא הישג, אנחנו מנסים לראות מה הסטודנטים לומדים, ולא האם הם מציחלים יותר או לא, לכן טבע השאלות שאנחנו שואלים יעצבו לבדיקת הבנה שיש לסטודנטים, זה לא יהיה מבחן הישגי. אני יכול לשתף בדו'ג אבל אין לי אותם כרגע.

שואל: רק רוצה להבהיר שהמחקר הוא לא אותו הדבר כקורס שאתה הבאת בסוף. האם אני צודק? המחקר שאתה עושה על הדרכים השונות ללימוד קלקילוס זה לא אותו הקורס החלופי למורים.

טד: לא, ז"א זאת תהיה אחת הגישות, כשנאמר גישות שונות, לדו'ג: לסטרן יש גישה שבהתחלה מסתכלים על ממוצע קצב שינוי, אבל אז מיד מציאת איזורים תחת ריסון ואז הוא ממשיך בזרם זה. אז אנחנו נחשיב את זה כגישה. ואז יש גישות אחרות שמתחילות מיד עם גבול.

שואל: אני מצטער עכשיו אני יותר מבולבל, אתה התחלת מספר קורסים למורים למתמטיקה

טד: אה, לא הבנתי את השאלה שלך

שואל: האם הקורסים שונים מהמחקר שאתה עושה שאותו תיארת עכשיו?

טד: כן, אין שום קשר ביניהם

שואל: את זה רציתי להבהיר

גרי: גרי גולדן, דיברת על הבעיות השונות שמתמודדים איתם מחנכים מתמטיים, מתמטיקאיים והסוגיות של הבנת בעיות אחד של השני, הבעיה בהוראה נתפסת ע"י מתמטיקאיים בלימוד בקונטקסט אוניברסיטאי, לעיתים נחוות כבעיה מסוג אחר מהבעיה של ההוראה שנחוות ע"י מחנכים מתמטיים, אני חושב שחשוב לקחת את הבעיות שהמתמטיקאיים מתמודדים איתם, לא כעשיית מחקרים מתמטיים אלא גם לימוד מתמטיקה באוניברסיטה. אני מלמד נושא כמו קלקילוס לסטודנטים שלא יודעים איך לעשות מניפולציות לשברים. זה צעד קל להאשים את המערכת החינוכית ביצירת מחסומים, אז אני חושב שצריך להרחיב את הבעיות כשמדברים על הבנת הבעיות יחד שנצפים ע"י אנשים מדיסיפלינות שונות. אולי מישהו רוצה להגיב?

מישל: אני יכולה להגיב על מה שאתה אומר כי בתקופה האחרונה יש הרבה קולאברוטיזם בנוגע לטרנזקציה בנוגע לשניוני ושלישוני במעורבות של מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים. אני חושבת שהדברים השתנו באופן תהליכי. בהתחלה הסתכלו על הסטודנטים, על הקריקולום, על החוסר המשכיות בין התוכנית לימוד של השניוני לשלישוני, הסתכלות על המצב הקוגנטיבי של הסטודנטים ותיור באוניברסיטה. ועכשיו אנחנו יותר ויותר מנסים להכשיר בפרקטיקה, בלימוד הפרקטיקה בין הרמה של השניוני לשלישוני. אני חושבת שאנחנו רגילים ללכת לכיתה שניונית ולהשתמש יותר ויותר בוידיאו בכדי לחקור את הפרקטיקה בתיכונים. וזה לא כל כך קל לעשות את אותו הדבר עם מורים באוניברסיטה, אבל אני חושבת כסימן לתרבות קולאברוטיבית, העובדה שיש באוניברסיטה שלנו למשל, אנחנו יוצרים וידיאו עם קולגות אוניברסיטאיים ואנחנו חוקרים את הוידיאו ומשתמשים בו לאימון מורים צעירים ואני חושבת שגם זה ממש חשוב.

ברוך: שמי ברוך שוורץ מהאוניברסיטה העברית, רציתי לשאול את אודי אבל גם את כל הפאנליסטיים על משהו שהיה חשוב עבורי ולא הבנתי באופן מלא מה קרה. באוניברסיטה העברית באינשטיין מוסד למתמטיקה של סטודנטים שלומדים מתמטיקה, יש טרנזקציה שהם מתכוונים להיות מורים. אני זוכר שאמרת אודי שצריך ללמוד סוג שונה של מתמטיקה, אני יודע שיש מספר קורסים, אבל אני רוצה לשאול אותך על המציאות וגם על איך אתה חוזה את סוג המתמטיקה שמתמטיקאיים ילמדו אנשים שרוצים להיות מורים?

אודי: מה שלנו יש באוניברסיטה העברית היא דו'ג אולטימטיבית לפרקטיקה לא טובה. חוסר קשר בין בית הספר לחינוך והמחלקה המתמטית. אז אני לא רוצה להסביר את הסיטואציה כי אין מה ללמוד ממנה, אבל אני חוזה בעתיד, אני חושב שסטודנטים שהולכים להיות מורים למתמטיקה בתיכון צריכים B.C או B.A במתמטיקה זה ממש חשוב, כפי שאמרתי מקודם. הם לא יכולים ללמוד רק את מה שהם הולכים ללמד בבית הספר, אולם, יש גם מקום לאיזה שהוא אדפטיביות כפי שטד אמר, ואני לא יודע את הפרטים על הקורס הזה של הקלקילוס, יש מקום ללמד דברים שונים באופן שונה, כמובן שזה תלוי במשאבים, במספר הסטודנטים המעורבים, על התוצאות, אבל אנחנו מנסים לעודד סטודנטים שרוצים ללמד בבתי ספר שילמדו את שלושת הקורסים שעליהם דיברנו. האחד נקרא: מתמטיקה ליסודי מנקודת מבט מתקדם. השני קורס במתמטיקה היסטורית והשלישי על גיאומטריה. קורסים כאלו מתקבלים בברכה. כעקרון אני כן חושב שהם צריכים B.A.

אברהם מלקבי: אברהם מלקבי, נהנתי מאוד מהדו'ג שלכם על הקולאברוטיזם, אני חושב כצעד הבא יהיה שימוש בהצעה של מישל של לקיחת דוגמאות של קולאברוטיזם בין מתמטיקאים למחנכים מתמטיים ולהסתכל עליהם ברמת המיקרו, אילו סוגי קולאברוטיזם קורים שמניבים פירות, אודי הזכיר שאחרי כל הרצאה ישבנו שעתיים לערך ודיברנו בינינו והלוואי שהיינו מקליטים שיחות אלו בכדי לראות מהם הבעיות המתמטיות המחודדות במובן דידקטי, מה הבעיות הדידקטיות שהועלו במובן של המתמטיקה, ואיך שיחות אלו שמו את הדברים קדימה, אני חושב שזה היה יכול להיות דו'ג יפה בכדי לראות איך דיאלוג זה התפתח, אודי לא הזכיר שבכל השיעורים שלימדנו, שלושתינו נכחנו, כך שהיה 12 סטודנטים ו-3 פרופסורים, פרופורציה גבוהה. הדיאלוג בינינו לא היה רק בהכנת השיעור אלא גם לפני הסטודנטים ועם ההשתתפות של הסטודנטים, ואני חושב שהסטודנטים העריכו דיאלוגים אלו מאוד. הנקודה שמישל אמרה זה שאולי אנחנו צריכים דוגמאות אלו בחקירה ברמת המיקרו בכדי לראות מה עובד ומה לא עובד, ואיך אפשר להעצים דיאלוג זה, שימוש בדוגמאות פרדיגמאטיות של הקולאברוטיזם.

גנטר: אני רק רוצה לציין שכן אנחנו הבנו שיש רמת מיקרו ומאקרו. ורמת המיקרו תלויה בסיטואציה המקומית, היא תלויה באנשים, היא תפעל או שאולי היא לא תפעל, מתוך הניסיון שלי אני צריך אנשים שמשתפים פעולה איתי, כמובן שיש, אבל אני חושב שאנחנו צריכים גם לשקף מכניות ברמת המאקרו, כי הם משנים את האקלים בחברה, והמסר שלי זה שהאקלים החברתי של גרמניה השתנה הרבה ב-20 שנים האחרונות, ויש עתיד, כי לא יהיה כמעט אנשים שיכולים לעשות את שניהם אבל יהיה תקשורת בין שני הקהילות, ושני הקהילות קטנות, אולם אם יהיה איחוד בהכרזה בכל שנה עם האנשים שאחראיים על בית הספר, ואחראיים לדברים אחרים, אז אנחנו רחבים יותר, והפוליטיקה שמה לב אלינו, אחרת יש רק את המתמטיקאיים ואנחנו לא יכולים להישמע.

טומי: אני חושב שהשיחה הוזזה לכיון שרציתי לשאול, זה טוב, אני לא בטוח ששמעתי נכון, אבל מה שאני שמעתי זה שגנטר אמר שדברים עובדים טוב יותר ברמת המוסד מרמת הפרט, ושמעתי את מישל אומרת שהדברים צריכים לזוז לכיון המוסדי אבל הם חייבים להתחיל ברמת הפרט, השאלה היא האם שמעתי נכון? והאם זה קשור לשוני תרבותי בין גרמניה לצרפת?

גנטר: הסיטואציה השתנתה בשנות ה-90 כי היה צעדה תרבותית שחשבו בגדול, הבינו שהחברה המתמטית בזמנים קודמים כללו פחות או יותר מתמטיקה טהורה. מהניסיון שלי לעיתים קל יותר לשתף פעולה על מתמטיקאי יישומי כמחנך מתמטי ממתמטיקאיים טהורים, אבל זה ניסיון אישי, ומאחר שמרטין קונטר היה אחראי, הוא היה כישרוני, והוא היה חזק מספיק בכדי לפתוח בשיחה, יכול להיות שבתחתית יש תהליך של שינוי, אולם יכול להיות שזה תלוי בסיטואציה התרבותית, אולי צרפת שונה קצת מגרמניה.

מישל: אני לא חושבת שאנחנו כל כך שונים, בשבילי הסיטואציה מורכבת יותר, אנחנו צריכים לשלב גם בינלאומי וגם מקומי, אבל אנחנו לא יכולים לעשות את אותו הדבר, אנחנו יכולים להשתמש בבינלאומי בכדי להשפיע על המקומי, וההפך, בצרפת למשל לנו למחנכים מתמטיים יש השלמה ממתמטיקאיים יישומי בזמן שמתמטיקאיים היסטוריונים מקבלים השלמה ממתמטיקאיים טהורים, וזה משקף את הרמה הלאומית של האוניברסיטה שיש לנו מחלקה למתמטיקה יישומית ומחלקה למתמטיקה טהורה, ורבים מהמחנכים המתמטים נמצאים במחלקה של המתמטיקה היישומית, לא מספיק להתחרות למקום אוניברסיטאי רק עם PHD צריך שהדוקטורט תיבדק ע"י ועד לאומי ששם הדוקטורט נחקר ע"י דידקטיקאי, גנורליסט ומתמטיקאי, וזה גם תרם לתרבות, אני חברה כבר 12 שנה בועד הלאומי הזה, וזה תרם באופן התפתחותי, ובזמן מסויים היה קל יותר להתפתח ברמה הלאומית כי ברמה זו אנחנו לא בהסתכלות רק על מתמטיקאיים וחושבים על המיקום שלהם וכד', וברמה של יותר דיסטנס אנחנו יכולים לדבר באופן פרטי בראש פתוח, ואז לחזור לרמה המקומית. אבל אני חושבת שלא מספיק להישאר ברמה המקומית, צריך ברמה הלאומית לבנות את המבנה, ובכל פעם יש קושי ברמה הלאומית, צריך לנסות לשים את האנרגיה איפה שהכי אפשרי כי תמיד יש קשיים רגילים.

גנטר: יש את הרמה הבינלאומית וזה עוזר להשפיע על הרמה הבינלאומית למקומית, והם צריכים מצייגים בכל האזורים, זה לא ביטוח להצלחה, אבל אפשר להיות אופטימים שזה יעבוד.

דיוויד: קוראים לי דיווד טול, התיזה שלי היה על בנייה ובדיקה של גישה גרפית לקלקילוס, אני כבר לא עושה גישה גרפית אלא גישה שכוללת הזזת יד או אצבע או באייפד, וכעקרון מבנה של פונקציה מתמשכת הוא פונקציה שמציירים עם האצבע מבלי להוריד אותה ואפשר להכניס את זה להגדרה והפוך, באותו זמן פונקציה דיפרנציאלית היא פונקציה שבזכוכית מגדלת היא ישרה מקומית, אני לא רוצה להרחיב, אבל אם יש לך שדה שיש אינפנלי טסנלי, ואתה מגדיל בזכוכית מגדלת ניתן לראות קו ישר מדוייק, התיאוריה שאני אומר זה לא חלק מתמטי טריוויאלי, זה תוצאה ישירה של הרעיונות של בארו, ניוטן ולייניסט, ואת זה ניתן לעשות מלפני בערך כחודש כשהגיע אייפד 3 עם אופטיקה הוויזואלית, הנקודה שלי זה שכאשר מנסים לעשות דברים כאלו זה תלוי באנשים המיישמים, גם אם הם לא מבינים את מה שאתה מנסה לעשות, ואני ראיתי את הרעיונות שלי מיושמים ע"י אנשים שלא מבינים. לדו'ג בהולנד יש קבוצה שמנסה ללמד את הקלקילוס, והשיעור הראשון שנעשה ע"י מורה אחד היה לתת לתלמידים דף מרובע עם עיקול על זה ולראות אם הם יכולים לפתור את השיפוע של הפונקציה, ומצאו שכולם קיבלו תוצאות נומריים שונות, זה היה השיעור הראשון, אם מסתכלים מקרוב אולי אפשר לראות פתרון ייחודי, אני מנסה לומר שהמורה הזה לעולם לא השתמש במחשב, ובפעם הבאה הוא עשה את אותו השיעור. כך שלא היה התקדמות לאורך זמן. הנקודה שלי זה שצריך להבין דרך שונה של עשיית הדברים לפני שאפשר ליישם אותם, ואני אומר שזה יהיה נחמד אם הגישה שלי תיבחן ע"י אנשים שבאמת יודעים על מה מדובר.

קן קלמנס: אני קן קלמנס, רציתי קודם לומר איך זה מעודד, אני חושב שזה נפלא שהנשיא של YMS מוביל את כל זה. זה דבר טוב וגדול, אבל אני חושב שזה יהיה פחדני מצידי אם אני לא יזכיר את מה שקורה אצלי ו באוניברסיטת אילינוי, אני עובד במחלקה המתמטית עם 30 פקולטות, 15 מתמטיקאיים ו-15 מחנכים מתמטיים, זה המרכז לאימון מורים הגדול ביותר באלינויי, באופן מוזר ה- PHD בפקולטה הוא בחינוך מתמטי ואין לי PHD במתמטיקה. ישנם מתמטיקאיים שעבדו באופן תמידי עם מחנכים מתמיים לדו'ג מחקר מתמטי לסטודנטים שלא סיימו את הלימודים. ואלסון עושה את זה, זה פופולארי, יש מספר רב של מאמרים שפורסמו ע"י הסטודנטים בכתבי עת מכובדים, הלימוד נעשה בשיתוף פעולה בין מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים, והסטודנטים הם מורים, זה תוכנית מאוד מוצלחת ואני מקוה שזה יכל לקרות בעוד מקומות, מהניסיון שלי לא ראיתי את זה במקומות אחרים, אבל הם עושים מתמטיקה רצינית, והסטודנטים אוהבים את זה, אני שם כבר 7 שנים ולא ראיתי ויכוחים בין מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים, ראיתי בין מחנכים מתמטיים.. אני חושב שיש כלל בלתי מילולי שאנחנו לא עושים את זה, שנית אני חושב שהפוליסה השניה היא שבכדי שהקולאברוטיזם הזה יעבוד ואת השיתוף פעולה הזה צריך חוקים כמו למשל בכמות האנשים מכל צד, וכשיש קידום למתמטיקאי יש למחנך המתמטי אפשרות להישמע באותו אופן, הייתי שם כך שאני יודע, זה בנוי בדרך שבה המחלקה עובדת שיש יצוג מכל צד בועדות, ואני יכול להביא הרבה דוגמאות, אבל הנקודה שאותה אני רוצה להגיד זה שאם אנחנו רוצים לבנות את הקולאברוטיזם הזה יש הרבה דברים שאינם מלאכותיים שיכולים לעבוד.

 מנחה: בא נחזור לשאלות לפני שהזמן יגמר

מישל: אני מסכימה עם מה שאתה אומר..

ניצה: ניצה מושקוביץ מהטכניון אני רוצה להגיד 2 נקודות קצרות. הראשון באותה הדרך שמורים עתידיים לוקחים קורסים במתמטיקה, אולי גם מתמטיקאיים יכולים לקחת קורס בחינוך, הם יהיו מרצים, במובן של למידת מתמטיקאיים עתידיים גם. חלק מהמורים שהיו לי היו מורים טובים מלידה, אבל אחרים... בכל אופן. סיימתי את לימודי באוניברסיטה העברית כשאני הייתי סטודנטית פרופסור וורוסצקי, אחד מהמתטיקאיים החשובים בארץ הזו, נתן קורס לסטודנטים מתואר ראשון במתמטיקה אבל הלכו לבית הספר לחניוך לקבל תעודת הוראה, ואני הייתי אחד מהם, בקורס במחלקה המתמטית, זה היה בשנות ה- 60 ואנחנו קיבלנו גדלס פרוף, אני הכנתי סמינר, בכל אופן הנקודה שלי היא ואולי שאלה, במקום מתמטיקה יסודית מנקודת מבט מתקדם אולי אפשר מתמטיקה מתקדמת מנקודת מבט יסודית?

היימן: אני חושב שויכוחים בריאים וחשובים לפעמים, אבל אני חושב שהקושי בחציית התרבות של שני הדיסיפלינות, הוא כי חסרים יסוד משותף, אין ייסוד לפתירת ויכוחים. דברה ואני מצאנו בעיקר במלחמת המתמטיקה ב- U.S השימוש בקרימירי Data , בחרנו וידיאויים מעניינים שאנשים יצפו ושואלים שאלות, ומצאנו שאי אפשר לחזות איפה אנשים יעשו את השיפוט על מה שקורה בוידיאו, במובן מסויים הוידיאו הוא נטרלי, וזה לא מדריך בכדי להבין בדיוק מה קורה, שזה באמת אחד השאלות הבסיסיים על השדה, מצאנו שזה נתן הרבה הדרכה, והויכוחים היו משנים תפקידים ואי אפשר היה לצפות מאיפה הם יבואו, זה צד אחד עם דוגמאות טובות של מבנה שאולי ניתן לאמץ שיחה כזו.

זלמן: זלמן נוסיסקין, רציתי להתמקד במה שיש על השקף באדום, אני מניח שזה מה שהכי חשוב, זה ייעוץ לתוכניות PHD , ולהציע שאלה לפאנל האם אתם חושבים שזה יהיה שימושי ב- PHD של מתמטיקאיים ומחנכים מתמטיים אם היה סמינר משותף, מה שקורה זה שבפעם הראשונה שמבקשים מאנשים לשתף פעולה, זה אחרי שהם כבר למדו את לימודיהם, ואם תוך כדי תוכנית של הדוקטורט שלהם, לא בהכרח קורס, אבל סמינר אולי חודשי, ומעלים בעיות בלימוד, המחקר וכד' את כל הדברים האלה שדיברנו עליהם, כדי להכין סטודנטים לסוגיות הללו שעולות.

אודי: אני רוצה להתייחס לנקודה של ניצה, כשאמרתי שהרקע לא סימטרי, מתמטיקאיים שמשתפים פעולה עם מחנכים מתמטיים ורוצים באיזה שהוא אופן ללמד צריכים לדעת את הדיסיפלינה של מחנכים מתמטי, בין אם הם למדו משהו פורמלי או למדו מהם קצת פה וקצת כאן, זה לא חשוב כל כך אבל הם צריכים להיות מודעים לכך שיש דיסיפלינה כזו, ויש מה ללמוד ממחנכים מתמטיים על דידקטיקה, על ילדים ועל איך ללמוד. אולם אני חושב שיש מספר מתמטיקאיים שאין להם שום עניין בהוראה גם באוניברסיטה והם יכולים להיות חוקרים מצויינים, אני לא הייתי מחייב את אלה שמוכשרים להיות מתמטיקאיים, מצד שני אני חושב שזה בסיסי שכל מחנך מתמטי יהיה לו את התואר במתמטיקה. לזה התכוונתי כשאמרתי שהשיחה לא לגמרי סימטרית . חינוך מתמטי הוא איזור יותר דיסציפלינרי. מתמטיקה זה סוג של רקע לחינוך מתמטי, וחינוך מתמטי למתמטיקה, אני מסכים איתך שאם רוצים להיות מעורבים בחינוך המתמטי צריך לדעת שיש כזו דיסיפלינה ויש הרבה מה ללמוד ממנה וצריך ללמוד אותה.

מישל: יש לי מספר הערות בנוגע למה שנאמר ואני חושבת שאחד המטרות של פרוייקט קליין, אנחנו רוצים לעשות קשר והיגיון למורים בכדי להראות שמתמטיקה יכולה להיות מקור להשראה עבורם. ואני חייבת לומר שזה לא קל לכתוב את התהליך של קליין, בהתחלה היה מאוד קשה עכשיו כבר לא, בנוגע לאימון לאקדמיה האוניברסיטאית, אי אפשר לשכוח את כל העבודה שפותחה ע"י אוניברסיטת אוקספורד גם בנוגע למה שאמרת, זה גרם לי לחשוב למשל באוניברסיטה שלי יש לנו משרדים של PHD והסטודנטים מעורבים, לכן באופן תמידי הם מייצגים את העבודה שלהם יחד, וזה יוצר שינוי משמעותי ביחסים, הם אוכלים יחד וכו'.

גנטר: דוגמאת אלינווי קיימת גם בגרמניה לדוגמא בברלין אבל לא בכל מקום, שנית כפי שהזכרת ואני מסכים צריך להכניס במבנה שיתוף פעולה, כפי שאמרת צריך שחצי מהאנשים יהיו מהצד של המחנכים וחצי מהצד השני. והדבר השני תוכניות PHD בגרמניה אנחנו לא יודעים תוכניות אלו, בגרמניה זה אחד על אחד של מפקח ו-3-4 אנשים, לכן אין כיתות, האנשים הללו מעורבים בללמד בכיתות אבל אין תוכנית אמיתי כפי שיש בקנדה ומקומות אחרים, אין אפשרות לקרוא להם יחד לתוכניות PHD כאלו.

טד: במדינת אריזונה לפני מספר שנים אני עשיתי אנליזה היסטורית לגבי איפה מתמטיקאיים קיבלו עבודה, אולי למישהו אחר כאן יש את הסטטיסטיקה הבינלאומית על זה, אבל מעל 60 % מאלו שסיימו קיבלו עבודה במוסד הוראתי. זה אומר שהאחריות הראשונית היא ההוראה, הם לעולם לא השתתפו בקורס בפתגוריה או במחקר בחינוך מתמטי. אחד הדברים שעליהם אנחנו מדברים אצלנו זה לדרוש מסטודנטים של PHD לקחת סמינר ראשון במחקר בחינוך מתמטי.

מנחה: הייתי רוצה להודות לפאנל ולדובר המתכנן על הצהריים המרתקים. אני רק רוצה בשם הועדה המקומית להודות לכם שבאתם ושתרמתם. תודה...סיn Win ת שבמובן מסויים זה היה בקולאברוטיביזם זה, אולם חוקר.נת ות