

**תרגול 9**

1. אדם משתתף בהגרלה בה הוא יכול להרוויח או להפסיד סכום כסף מסוים. נסמן את הרווח הכספי של האדם במשתנה מקרי  $X$ , כך ש:  $X = (-1)^k (k+1)$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$ . בהסתברות  $P(x_k) = \frac{1}{k(k+1)}$ . מצא את התוחלת של  $X$ , אם היא קיימת.

2. נתונה פונקציית הצפיפות של משתנה מקרי  $X$ :  $f(x) = a \cdot |x| \cdot e^{-x^2}$ . מצא את  $a$ .

3. נתונים משתנים מקריים  $Y_i \sim \text{Exp}(\lambda)$ ,  $i = 1 \dots m$ . נתון  $X = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_m$ , מצא את התוחלת של  $X$ .

4. יהי  $X$  משתנה מקרי בעל התפלגות גמא, כך שפונקציית הצפיפות שלו היא:  $f(x) = \frac{\lambda^\alpha x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(\alpha)}$ ,  $x > 0$ , כאשר  $\lambda, \alpha > 0$ .  $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$ . מצא את התוחלת של  $X$ .

5. תהי  $A$  נקודה הנבחרת באופן מקרי ואחיד בקטע  $[0, 1]$ , ומחלקת אותו לשני חלקים:  $[0, A]$  ו- $[A, 1]$ . נסמן את אורך החלק הקטן ב- $X$ . מצא את פונקציית הצפיפות של  $X$ .

6. אורך חיי מנוע (בשעות) מפולג מעריכית עם פרמטר  $\lambda$ .  $M$  מנועים דלוקים במשך  $\frac{1}{\lambda}$  שעות. מצא את ההסתברות שאף מנוע לא יתקלקל (בהנחה שכל מנוע עובד ללא תלות באחרים).

7. נתונה פונקציית הצפיפות של משתנה מקרי רציף  $X$ :  $f_x(t) = \begin{cases} a, & 0 \leq t \leq 1 \\ b, & 1 < t \leq 4 \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$

כאשר  $a$  ו- $b$  הינם קבועים. נתון  $E[X] = 1.5$ .

א. חשב את  $a$  ואת  $b$ .

ב. חשב את פונקציית ההתפלגות  $F_x(t)$ .

ג. חשב את  $P(0.5 < X \leq 2 | X > 1)$ .

8. נתונה פונקציית הצפיפות של המשתנה המקרי הרציף  $X$ :

$$f_x(t) = \begin{cases} a(2e^{-t} + 3e^{-2t}), & t \geq 0, \\ 0, & \text{אחרת} \end{cases}$$

מצא את  $a$  ואת התוחלת של  $X$ .

9. אריזה מכילה אלף רכיבים אלקטרוניים. פגם יכול להופיע בכל רכיב בהסתברות 0.005 (חמש אלפיות). מצא את ההסתברות שבאריזה יש בדיוק שלושה רכיבים פגומים.

10. נתון מ"מ  $X \sim Exp(\lambda)$ . מצא את פונקציית הסתברות של  $Y = \lfloor X \rfloor$  ופונקציית התפלגות של  $Y$ .

11. פונקציית הצפיפות של מ"מ הינה  $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{x^2}{1+x^4}$ ,  $-\infty < x < \infty$ . מצא את תוחלת  $X$ , (אם קיימת).

12. נניח ש- $X$  הוא משתנה מקרי אשר מפולג מעריכית עם  $\lambda = \frac{1}{4}$ . נגדיר

$$Y = \begin{cases} X, & X \geq 4, \\ 1, & \text{אחרת} \end{cases}$$

א. מצא את פונקציית ההתפלגות של  $Y$ , והאם  $Y$  הינו משתנה מקרי רציף?  
 ב. חשב את התוחלת של  $Y$ .