

## תרגול 5-6

1. במשפחה ישנם  $n$  ילדים. נגדיר את המאורעות הבאים:
  - A — {במשפחה ישנם ילדים משני המינים}
  - B — {יש לכל היותר ילדה אחת במשפחה}
 האם המאורעות A ו-B תלויים?
  
2. אם A ו-B הינם מאורעות זרים, האם ניתן להגיד ש-A ו-B בהכרח:
  - א. הינם בלתי תלויים.
  - ב. הינם תלויים.
  
3. אם A ו-B הינם מאורעות בלתי תלויים, האם ניתן בוודאות להגיד ש-A ו-B הינם זרים?
  
4. האם אי-תלות בזוגות גוררת אי-תלות?
  
5. אם A, B הינם בלתי תלויים ו-A, C הינם בלתי תלויים האם  $B \cup C$  ו-A בלתי תלויים, כאשר:
  - א. C, B הם זרים?
  - ב. C, B אינם זרים?
  
6. נתבונן בבעית המזכירה הרשלנית עבור  $n$  מכתבים כאשר  $n \geq 3$ . עבור  $1 \leq i \leq n$  נסמן ב- $C_i$  את המאורע שהמכתב ה- $i$  לא הוכנס למעטפה ה- $i$ . עבור  $1 \leq i, j \leq n$  נסמן ב- $B_{i,j}$  את המאורע שהמכתב ה- $i$  הוכנס למעטפה ה- $j$ .
  - 6.1 לכל  $1 \leq i \neq i' \leq n$  המאורעות  $C_i$  ו- $C_{i'}$  אינם זרים אך הם ב"ת. לכל  $1 \leq i, j, j' \leq n, j \neq j'$  המאורעות  $B_{i,j}$  ו- $B_{i,j'}$  הינם ב"ת.
  - 6.2 לכל  $1 \leq i \neq i' \leq n$  המאורעות  $C_i$  ו- $C_{i'}$  אינם זרים ואינם ב"ת. לכל  $1 \leq i, j, j' \leq n, j \neq j'$  המאורעות  $B_{i,j}$  ו- $B_{i,j'}$  הינם ב"ת.
  - 6.3 לכל  $1 \leq i \neq i' \leq n$  המאורעות  $C_i$  ו- $C_{i'}$  אינם זרים אך הם ב"ת. לכל  $1 \leq i, j, j' \leq n, j \neq j'$  המאורעות  $B_{i,j}$  ו- $B_{i,j'}$  הינם זרים.
  - 6.4 לכל  $1 \leq i \neq i' \leq n$  המאורעות  $C_i$  ו- $C_{i'}$  אינם זרים ואינם ב"ת. לכל  $1 \leq i, j, j' \leq n, j \neq j'$  המאורעות  $B_{i,j}$  ו- $B_{i,j'}$  הינם זרים.
  - 6.5 אף אחת מהטענות דלעיל אינה נכונה.
  
7. לנסוי  $n$  תוצאות אפשריות; התוצאה  $i$  מתקבלת בהסתברות  $P_i$  לכל  $i=1,2,\dots,n$ , ומתקיים  $\sum_{i=1}^n P_i = 1$ . כאשר מבצעים שתי חזרות בלתי תלויות על הנסוי, מהי ההסתברות שבפעם השנייה התקבלה תוצאה גדולה מאשר בפעם הראשונה?

8. יהי  $X$  מ"מ בעל פונקציית הסתברות

$$P(X = k) = \frac{c}{k(k+1)}, \quad k = 1, 2, \dots$$

מצא את:

(א)  $c$ .

(ב)  $P(5 \leq X \leq 10)$ .

9. יורים במטרה 5 פעמים. ההסתברות לפגוע במטרה בכל ירי היא 0.8 ללא תלות ביריות אחרות. מצא את הסתברות לפגוע במטרה (א) לפחות 4 פעמים (ב) לפחות 4 פעמים בתנאי שיש פגיעה אחת לפחות.

10. מטילים קובייה עד אשר תקבל תוצאה זוגית בפעם הרביעית. מצא את ההסתברות שמספר ההטלות הכולל עד . לכך (א) שווה 6 (ב) קטן מ 8.

11. יהי  $X$  מ"מ המפולג לפי ההתפלגות הגיאומטרית. הוכח את התכונה של חוסר זיכרון:

$$P(X > m + n | X > n) = P(X > m), \quad m, n \geq 1.$$

12. יהי מ"מ  $X$  בעל ערכים טבעיים בלבד ומקיים לתנאי

$$P(X > m + n | X > n) = P(X > m) \text{ עבור כל } m, n \text{ טבעיים.}$$

הוכח:  $X \sim G(p)$  עם פרמטר  $p$  מסוים.