

**תרגול 2 : הסתברות בסיסית וקומבינטוריקה**

1. כמה מילים באורך  $n$  אפשר ליצור מהאותיות  $A, B, C, D, E$ , כך ש- $E$  תופיע מספר זוגי של פעמים?

2. בעזרת פונקציה יוצרת הוכח:

$$\binom{2n}{n} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}^2$$

רמז:  $(1+x)^{2n} = ((1+x)^n)^2$ .

3. מטילים קוביית משחק 10 פעמים. מצא את ההסתברויות הבאות: א) "4" לא מתקבל אף פעם. ב) "4" מתקבל בדיוק 4 פעמים. ג) "4" מתקבל לפחות פעם אחת. ד) ... לפחות פעמיים. ה) ... לכל היותר פעמיים.

4.  $n$  אנשים עומדים בשורה, ביניהם איציק ושמוליק. מצא את ההסתברות שבין איציק ושמוליק יפרידו בדיוק  $k$  אנשים.

5. שחקן מרוויח \$1 כאשר בהטלת מטבע מתקבל "עץ" ומפסיד \$1 במקרה השני. לשחקן היו \$ $2n$  דולרים לפני המשחק. מצא את ההסתברות שאחרי  $2n$  הטלות לשחקן יהיה אותו הסכום.

6. מטילים קובייה סימטרית 36 פעמים. מצא את ההסתברות לקבל כל מספר על הקובייה שש פעמים.

7. מניחים  $k$  צריחים על לוח שחמט בגודל  $n \times m$  ( $k \leq m, n$ ). מצא את ההסתברות ככך ששום זוג צריחים אינם מאימים אחד על השני.

8. מוציאים באופן מקרי תת-קבוצה (אולי ריקה) מהקבוצה  $\{1, 2, \dots, n\}$  לפי הכלל הבא: עבור כל איבר מטילים מטבע; אם "עץ" אז האיבר שייך לתת-קבוצה, אחרת-- לא. לאחר שהתת-קבוצה נבחרה בוחרים לפי אותו תהליך את התת-קבוצה השניה. מהי ההסתברות שהשתי התת-קבוצות זרות?

9. מטילים קובייה הוגנת עד לקבלה הראשונה של תוצאה "4". מהי ההסתברות שזה יקרה: א) בהטלה ה-10 ב) לפני ההטלה ה-10 ג) אחרי ההטלה ה-10?

10. נתון כי  $P(A)=P(B)=0.5$ . הוכח כי  $P(AB)=P(\bar{A} \bar{B})$

11. נתון אוסף של שני מאורעות  $A, B$ .  $P(A)=\alpha$ ;  $P(B)=\beta$ ;  $P(A \cap B)=\gamma$ . מצא את ההסתברויות הבאות: א) קורים בדיוק  $K$  מאורעות מהאוסף ( $K=0,1,2$ ). ב) קורים לפחות  $K$  מאורעות מהאוסף ( $K=0,1,2$ ). ג) קורים לכל היותר  $K$  מאורעות מהאוסף ( $K=0,1,2$ ).