

תרגול 3-4

1. מתוך הקבוצה $\{1,2,\dots,n\}$ בוחרים K תתי-קבוצות, לפי התהליך המוגדר בתרגול הקודם בשאלה 10. מצא את ההסתברויות של המאורעות הבאים:
 א. כל תתי-קבוצות אלה זרות.
 ב. כל תתי-קבוצות זרות בזוגות.

2. הוכח את אי-השוויון Boole

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) \leq \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

3. מהי ההסתברות שהספרה 5 לא מופיעה בשבר עשרוני אין-סופי $0.a_1a_2a_3\dots \in [0,1]$?
4. מתוך קבוצה $\{1,2,\dots,n\}$ בוחרים שתי תתי-קבוצות B, A לפי התהליך משאלה 10, תרגול 2. מצא $P(|A| = k \cap |B| = m \mid A \cap B = \emptyset)$. $(|A| \equiv \#A)$.
5. מתוך קבוצה $\{1,2,\dots,n\}$ בוחרים באופן מקרי וללא החזרה מספרים x, y, z . מצא $P(x < z < y \mid x < y)$.
6. ישנן 5 תיבות כאשר 2 מסוג א, 2 מסוג ב ו 1 מסוג ג. בכל אחד מהתיבות ישנם 5 כדורים, כאשר החלוקה בין כדורים לבנים ושחורים, בכל סוג תיבה, נתון בטבלה:

סוג	כדורים לבנים	כדורים שחורים
א	2	3
ב	1	4
ג	4	1

- באופן אקראי נבחרת תיבה אחת, וממנה מוציאים כדור אחד. מהי ההסתברות לכך שהכדור יהיה לבן?
 - ידוע שהכדור שנבחר הינו לבן, מהי ההסתברות שהוא הוצא מתיבה מסוג א? ב? ג?
7. בתיבה ישנם 3 כדורים לבנים ו- 2 שחורים.
 א. מוציאים מתוכה מספר כדורים ללא החזרה. מהי ההסתברות p_k שהכדור השחור יופיע בפעם הראשונה, בהוצאה ה- k ית $(k=1,2,3,4)$.
 ב. מוציאים רק שני כדורים ללא החזרה. ידוע שאחד מהם לבן. מהי ההסתברות שגם השני לבן?
8. מטילים מטבע עד שהוא נופל בפעם הראשונה על עץ. לאחר מכן מטילים אותו שוב אותו מספר פעמים כמו קודם. מה ההסתברות לקבל בשלב השני k פעמים עץ, כאשר $k \geq 1$?

9. (לקוח מ:- ע. ארליך, מתמטיקה למדעים – הסתברות, אונ' ת"א). קרב היריות בין הטוב, הרע והמכוער נערך לפי הכללים הבאים: כל אחד יורה כדור אחד בתורו. הסתברות הפגיעה עבור הרע היא 1, עבור המכוער היא 0.8 ועבור הטוב – 0.5. אולם לכל אחד ישנה הזכות להחליט שהוא יורה באוויר. מקיימים הגרלה לגבי סדר היורים. אסטרטגית הירי: אם תור הרע לירות, ואם גם הטוב וגם המכוער חיים, יירה הרע במכוער (כי הוא יותר מסוכן). אם תור המכוער לירות, וגם הטוב וגם הרע חיים, יירה המכוער ברע, מאותה סיבה. אם תור הטוב לירות, ושני האחרים חיים, הוא יירה באוויר, כדי שהמכוער והרע יהיו עסוקים זה בזה, וכשאחד מהם ייהרג, יגיע תור הטוב ותובטח לו הסתברות של לפחות 0.5 להישאר חי. מהי ההסתברות של כל אחד מהם להישאר בחיים?