אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev

המחלקה למדעי המחשב

דר' עמוס ביימל

קריפטוגרפיה - מועד מיוחד

202-1-5351

סמסטר ב' תשס"ב

13.10.2002

הנחיות:

1. בטופס הבחינה שני דפים מלבד דף זה.
2. בבחינה 3 שאלות שמשקלן אינו שווה. יש לענות על כולן.
3. הבחינה עם חומר פתוח.
4. נמקו את כל תשובותיכם. פתרון ללא הוכחה לא יתקבל.
5. משך הבחינה 3 שעות.
6. מומלץ לא להיתקע זמן רב מדי על שום סעיף.
7. הנכם רשאים להסתמך על סעיפים קודמים, גם אם לא השבתם עליהם.

בהצלחה!

שאלה 1 [34 נקודות]

להזכירכם, במערכת החתימה RSA המפתח הפרטי הוא (N,d) והמפתח הציבורי הוא (N,e) כאשר N הוא מכפלה של שני ראשוניים גדולים ו- $ed \equiv 1 (\mathrm{mod}\, \varphi(N))$. החתימה על מסמך $M \in \mathbb{Z}_N$ היא $M^d \bmod N$. כפי שראינו בכיתה מערכת זו אינה עמידה להתקפת הודעה נבחרת בגלל התכונה הכיפלית של RSA (כלומר, $(M_1)^d (M_2)^d \equiv (M_1 M_2)^d (\mathrm{mod}\, N)$).

כדי להתגבר על תכונה זו הוצא לחתום על מסמך M על ידי $(M+1)^d \bmod N$.

סעיף א [5 נקודות]

איך מוודאים בצורה יעילה שחתימה היא חוקית?

סעיף ב [14 נקודות]

מערכת זאת אינה עמידה כנגד התקפת הודעה נבחרת. בהינתן מסמך M, מתקיף מגריל $M_1 \in \mathbb{Z}_N^*$ בהתפלגות אחידה, מחשב $M_2 \leftarrow (M+1)(M_1)^{-1} \bmod N$ ומבקש מהחותם החוקי לחתום על $M_1 - 1$ ועל $M_2 - 1$. הראו איך המתקיף יכול בצורה יעילה לחשב חתימה על M.

סעיף ג [15 נקודות]

הראו איך מתקיף יכול בצורה יעילה לחתום על מסמך נתון M בעזרת בקשה מהחותם החוקי לחתום על הודעה אקראית אחת.

שאלה 2 [33 נקודות]

מחלק מחזיק שני סודות $a,b \in \mathbb{Z}_p^*$ ומחלק אותם באופן בלתי תלוי על פי הסכמה של שמיר. כלומר, עבור p ראשוני גדול המחלק בוחר $r_1,\ldots,r_{t-1},q_1,\ldots,q_{t-1}$ באקראי מתוך $\mathbb{Z}_p^*$, ומחשב לכל j את הערכים $a_j \leftarrow (a + \sum_{i=1}^{t-1} r_i j^i) \bmod p$ ו- $b_j \leftarrow (b + \sum_{i=1}^{t-1} q_i j^i) \bmod p$.

סעיף א [17 נקודות]

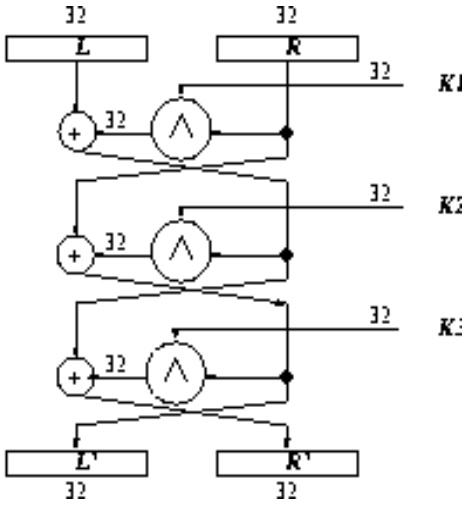
המחלק נותן למשתתף j את החלק $(a_j + b_j) \bmod p$ לכל j. הוכיחו כי כל קבוצה של t משתתפים שתנסה לשחזר את הסוד מתוך החלקים שקיבלה כמו בסכמה של שמיר, תשחזר את הסוד $(a+b) \bmod p$.

סעיף ב [16 נקודות]

המחלק נותן למשתתף j את החלק $(a_j \cdot b_j) \bmod p$ לכל j. האם כעת כל קבוצה של t משתתפים שתנסה לשחזר את הסוד מתוך החלקים שקיבלה כמו בסכמה של שמיר, תשחזר את הסוד $(a \cdot b) \bmod p$? נמקו תשובתכם.

שאלה 3 [33 נקודות]

בשאלה זו נראה איך לשבור מערכת הצפנה דמוית DES עם 3 סיבובים כאשר הפונקציה f מוחלפת ב- $\wedge$, כלומר, מבצעים $\wedge$ (AND) של כל ביט בנפרד. ליתר דיוק, נעסוק במערכת הקריפטוגרפית המצוירת לעיל.



סעיף א [6 נקודות]

מהו הפלט של המערכת על ההודעה $M=(1^{32},0^{32})$?

סעיף ב [5 נקודות]

הראו כיצד איב יכולה בצורה יעילה למצוא את $k2$ על ידי התקפת הודעה נבחרת בשימוש בהודעה אחת.

סעיף ב [22 נקודות]

הראו כיצד איב יכולה בצורה יעילה ובהסתברות גבוהה למצוא את $k2$ על ידי התקפת הודעה אקראית? יש להשתמש במספר קטן ככל האפשר של הודעות אקראיות.

<u>תזכורת</u>: בהתקפת הודעה אקראית המאזין מקבל זוגות של הודעה והצפנתה, כאשר כל הודעה נבחרת בהתפלגות אחידה מתוך מרחב ההודעות.