

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

אלגוריתם קרוסקל (Kruskal)

קלט: $\langle G = (V, E), w \rangle$.

1. אתחל $B \leftarrow \emptyset, C \leftarrow E$.
2. כל עוד $|B| < |V| - 1$ בצע:
 - 2.1 הוצא צלע זולה ביותר מ- C , נקרא לה e .
 - 2.2 אם e אינה יוצרת מעגל עם הצלעות ב- B אז $B \leftarrow B \cup \{e\}$.
 3. החזר את (V, B) .

אלגוריתם פרים (Prim)

קלט: $\langle G = (V, E), w \rangle$.

1. בחר $r \in V$ כלשהו.
2. אתחל $B \leftarrow \emptyset, S \leftarrow \{r\}$.
3. כל עוד $|B| < |V| - 1$ בצע:
 - 3.1 תהי (u, v) צלע זולה ביותר מבין הקשתות $(u, v) \in E$ כך ש- $u \in S, v \notin S$.
 - 3.2 $B \leftarrow B \cup \{e\}$.
 - 3.3 $S \leftarrow S \cup \{v\}$.
 4. החזר את (V, B) .

אלגוריתם למסלולים קלים ביותר

INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s)

- 1 for each vertex $v \in V$ do
- 2 $d[v] \leftarrow \infty$
- 3 $\pi[v] \leftarrow \text{NIL}$
- 4 $d[s] \leftarrow 0$

RELAX(u, v, w)

- 1 if $d[v] > d[u] + w(u, v)$ then
- 2 $d[v] \leftarrow d[u] + w(u, v)$
- 3 $\pi[v] \leftarrow u$

DIJKSTRA(G, w, s)

- 1 INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s)
- 2 $S \leftarrow \emptyset$
- 3 $Q \leftarrow V$
- 4 while $Q \neq \emptyset$ do
- 5 $u \leftarrow \text{EXTRACT-MIN}(Q)$
- 6 $S \leftarrow S \cup \{u\}$
- 7 for each vertex v in Q such that $v \in \text{Adj}[u]$ do
- 8 RELAX(u, v, w)

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

BELLMAN-FORD (G, u, v)

- 1 Initialize-Single-Source(G, s)
- 2 for $i \leftarrow 0$ to $|V| - 1$ do
- 3 for each edge $(u, v) \in E$ do
- 4 Relax(u, v, w)
- 5 for each edge $(u, v) \in E$ do
- 6 if $d[v] > d[u] + w(u, v)$ then
- 7 return FALSE
- 8 return TRUE

FLOYD-WARSHALL(G)

- 1 $d_{i,j}^{(0)} = \begin{cases} w(i, j) & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & i = j \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$
- 2 for $k \leftarrow 1$ to $|V|$ do
- 3 for $i \leftarrow 1$ to $|V|$ do
- 4 for $j \leftarrow 1$ to $|V|$ do
- 5 $d_{i,j}^{(k)} = \min\{d_{i,j}^{(k-1)}, d_{i,k}^{(k-1)} + d_{k,j}^{(k-1)}\}$
- 6 Return D

אלגוריתם DFS

DFS(G)

- 1 For each vertex $u \in V$ do
- 2 $color[u] = WHITE$
- 3 $\pi[u] \leftarrow NIL$
- 4 $time \leftarrow 0$
- 5 For each vertex $u \in V$
- 6 If $color[u] = WHITE$ then
- 7 $DFS-VISIT(u)$

DFS-VISIT(u)

- 1 $color[u] \leftarrow GRAY$
- 2 $d[u] \leftarrow time ; time \leftarrow time + 1$
- 3 For each vertex $v \in Adj[u]$ do
- 4 If $color[v] = WHITE$ then
- 5 $\pi[v] \leftarrow u$
- 6 $DFS-VISIT(v)$
- 7 $color[u] \leftarrow BLACK$
- 8 $f[u] \leftarrow time ; time \leftarrow time + 1$

משפט המסלול הלבן: ביער DFS של גרף מכוון G , קדקוד v הוא צאצא של u אם ורק אם בזמן $d(u)$ קיים מסלול מ- u ל- v המכיל רק קודקודים לבנים (פרט ל- u).

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

זרי
מה

FORD-FULKERSON-METHOD(G, c, s, t)

- 1 initializes flow f to 0
- 2 while there exists an augmenting path P in G_f do
- 3 $c_f(p) = \min\{c_f(u, v) : (u, v) \text{ is in } p\}$
- 4 $f(u, v) = f(u, v) + c_f(p) \quad \forall (u, v) \in E$
- 5 $f(v, u) = f(v, u) - c_f(p) \quad \forall (u, v) \in E$
- 6 return f

Dinitz (G, c, s, t)

1. $f \leftarrow 0$;
2. construct the residual network $N_f = (G_f, c_f, s, t)$
(where $c_f(u, v) = c(u, v) - f(u, v)$ and $E_f = E \setminus \{(u, v) \mid c_f(u, v) = 0\}$);
3. **while** there is a path from s to t in G_f **do**.
4. construct the layered network $L_f = (L_f, c_f, s, t)$;
5. find a blocking flow b for L_f ;
6. $f \leftarrow f + b$;
7. construct the residual network N_f ;

LayeredNetwork_Construction (N_f)

1. $V_0 \leftarrow \{s\}$; $i \leftarrow 0$;
2. **while** ($V_i \neq \emptyset$) and ($t \notin V_i$) **do**
3. $V_{i+1} \leftarrow \emptyset$; $E_{i+1} \leftarrow \emptyset$;
4. **for each** $u \in V_i$ **do**
5. **for each** $v \in V$ such that ($\langle u, v \rangle \in E_f$) and ($v \notin V_j, \forall j \leq i$) **do**
6. **if** ($v \notin V_{i+1}$) **then** add v to V_{i+1} ;
7. add $\langle u, v \rangle$ to E_{i+1} ;
8. $i \leftarrow i + 1$;
9. **if** ($V_i = \emptyset$) **then**
10. **return** $L_f = (\emptyset, c_f, s, t)$
11. $L_f \leftarrow (V_0 \cup \dots \cup V_i, E_1 \cup \dots \cup E_i)$;

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

12. **return** $L_f = (L_f, c_f, s, t)$;

BlockingFlow (L_f)

1. $b \leftarrow 0$
 2. **repeat**
 3. find a path p from s to t in L_f by moving from t "backward" to s ;
 let its bottleneck capacity be $c_f(p)$
 4. **for each** edge $\langle u, v \rangle \in p$ **do**
 5. $b(u, v) \leftarrow b(u, v) + c_f(p)$;
 6. $b(v, u) \leftarrow -b(u, v)$
 7. $c_f(u, v) \leftarrow c_f(u, v) - c_f(p)$
 8. **if** $c_f(u, v) = 0$ **then**
 9. remove $\langle u, v \rangle$ from L_f
 10. **if** $\text{indegree}(v) = 0$ **then**
 12. CleanForward (v)
 13. **until** *there is no path from s to t in L_f*
-

CleanForward (u)

1. **if** $u \neq t$ **then**
 2. **for all** v such that $\langle u, v \rangle \in E$ **do**
 3. remove $\langle u, v \rangle$ from E
 4. **if** $\text{indegree}(v) = 0$ **then**
 5. CleanForward (v)
-

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

רשימת בעיות NP-שלמות

הגדרה:

נוסחת CNF היא נוסחה בוליאנית, כאשר בין הפסוקיות יש פעולת AND וכל פסוקית היא OR של ליטרלים.

SAT : מופע:

נוסחה בצורת CNF, עם משתנים $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

שאלה:

האם יש השמה למשתנים המספקת את הנוסחה?

3SAT : מופע:

נוסחה בצורת 3-CNF (שלשה ליטרלים בדיוק בכל פסוקית).

שאלה:

האם יש השמה למשתנים המספקת את הנוסחה?

NAE-K-SAT : מופע:

נוסחה בצורת k -CNF (k ליטרלים בכל פסוקית).

שאלה:

האם יש השמה למשתנים המספקת את הנוסחה, כך שבכל פסוקית יש לפחות ליטרל אחד שערכו $true$ בהשמה ולפחות ליטרל אחד שערכו $false$ בהשמה?

Clique : מופע:

גרף לא-מכוון G , ומספר טבעי k .

שאלה:

האם יש ב- G קבוצה של k קדקודים לפחות כך שבין כל שני קודקודים בקבוצה יש צלע?

Independent-Set : מופע:

גרף לא-מכוון G , ומספר טבעי k .

שאלה:

האם יש ב- G קבוצה של k קדקודים לפחות כך שבין כל שני קודקודים בקבוצה אין צלע?

Vertex-Cover : מופע:

גרף לא-מכוון $G = (V, E)$, ומספר טבעי k .

שאלה:

האם יש ב- G קבוצה של לכל היותר k קדקודים $C \subseteq V$, כך שעבור כל צלע $(u, v) \in E$ מתקיים לפחות אחד התנאים הבאים: $u \in C$ או $v \in C$?

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041

דפי עזר למבחן

Set-Cover : מופע:

קבוצות $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, קבוצת איברים $U = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$, ומספר טבעי k .

שאלה:

האם קיימת קבוצת של אינדקסים $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ בגודל לכל היותר k , כך ש-
 $U = \bigcup_{i \in I} A_i$?

KnapSack : מופע:

אברים $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, קבוצת משקלים $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, קבוצת מחירים $\{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ומספרים טבעיים W, P .

שאלה:

האם קיימת תת-קבוצה של איברים B , כך ש: $\sum_{a_i \in B} p_i \geq P$ ו- $\sum_{a_i \in B} w_i \leq W$?

Ham-Path : מופע:

גרף מכוון $G = (V, E)$ וקודקודים s, t .

שאלה:

האם קיים ב- G מסלול פשוט עם $|V|$ קודקודים המתחיל בקודקוד s ונגמר בקודקוד t ?

Ham-Cycle : מופע:

גרף מכוון $G = (V, E)$.

שאלה:

האם קיים ב- G מעגל עם $|V|$ קודקודים, כך שכל קודקוד מופיע בדיוק פעם אחת במעגל?

Partition : מופע:

סדרת מספרים טבעיים $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

שאלה:

האם קיימת קבוצת אינדקסים $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ כך ש-
 $\sum_{i \in I} a_i = \sum_{i \in \{1, \dots, n\} \setminus I} a_i = \frac{1}{2} \sum_{i \in \{1, \dots, n\}} a_i$?

Subset-Sum : מופע:

סדרת מספרים טבעיים $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ומספר טבעי W .

שאלה:

האם קיימת קבוצת אינדקסים $I \subseteq \{1, \dots, n\}$ כך ש- $\sum_{i \in I} a_i = W$?

3-Coloring : מופע:

גרף לא-מכוון $G = (V, E)$.

שאלה:

האם קיימת צביעה של קודקודי G בשלושה צבעים, כך שלכל צלע $(u, v) \in E$, הקדקודים u ו- v צבועים בצבעים שונים?

תכנון אלגוריתמים 202-1-2041
דפי עזר למבחן
