

פתרון סעיף אא של שאלה שתיים מהמבחן לדוגמה:

נשים לב ששלושה ה- $T$  הם שונים, ושלושה ה- $I$  שונים, כך שלמעשה יש בכד 12 אותיות שונות. מכאן, מספר התוצאות הכולל הוא מספר המלים באורך 5 מתוך 12 אותיות, כלומר  $P(12, 5) = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8$ .

1. נמנין את המלים בהן כל האותיות השונות לפי מספר האותיות מבין  $\{T, I\}$ : מספר המלים שאינן כוללות  $I$  או  $T$  הוא  $P(6, 5) = 6!$ . מספר המלים שכוללות אחת מבין  $I$  ו- $T$  הוא  $6 \binom{6}{4} 5!$  (בשביל לבחור אות מבין 6 ה- $I$  וה- $T$ ,  $\binom{6}{4}$  לבחור 4 אותיות נוספות, ו-5! בשביל לסדר אותן). מספר המלים שכוללות גם  $I$  וגם  $T$  הוא  $3^2 \binom{6}{3} 5!$ . מכאן, ההסתברות היא

$$\frac{6! + 6 \binom{6}{4} 5! + 3^2 \binom{6}{3} 5!}{P(12, 5)} = \frac{6! \cdot 46}{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8} = \frac{23}{66}$$

2. מכיוון שיש שלוש אותיות  $T$ , ואחת מכל אות מבין  $\{R, A, N, S\}$ , יש שלוש אפשרויות לקבל את המלה  $TRANS$ , ולכן ההסתברות היא

$$\frac{3}{P(12, 5)} = \frac{1}{4 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}$$

3. נספור את המלים שכן כוללות רצף של שלוש אותיות. מכיוון שמלה לא יכולה להכיל שני רצפים כאלה (אורך כל מלה הוא 5), נספור את המלים שכוללות את הרצף  $TTT$ , ונכפיל ב-2. מלבד שלוש ה- $T$  יש עוד 9 אותיות שונות (לא משנה שחלק מהן נראות אותה אות), ולכן יש  $\binom{9}{2}$  אפשרויות לבחור את שתי האותיות הנוספות, ואז  $3!$  אפשרויות לסדר את שלוש ה- $T$  בינן לבין עצמן, ו- $3!$  אפשרויות לסדר את  $TTT$  (כאות אחת) ושתי אותיות נוספות, ולכן יש  $6^4 = 3! \binom{9}{2} 3!$  אפשרויות לקבל מלה שכוללת את הרצף  $TTT$ . מכאן, ההסתברות שיש רצף היא  $\frac{2 \cdot 6^4}{P(12, 5)}$ , ולכן ההסתברות שאין רצף היא

$$1 - \frac{2 \cdot 6^4}{P(12, 5)}$$