



אוניברסיטת בן גוריון בנגב

תאריך הבחינה 13.02.06

מדור בחינות

מרצה: ד"ר ל. פריגוזין

מבחן ב: מד"ח להנדסת ביוטכנולוגיה

מס' הקורס 201.1.9591

מועד א סמ' א

משך הבחינה - 3 שעות, חומר עזר: פתוח

יש לענות על 4 מתוך 5 שאלות (כל שאלה שווה ל- 25 נקודות).

שאלה מס' 1

השתמשו בשיטה של הפרדת משתנים כדי לפתור את המשוואה הבאה

$$u_{xx} + u_{yy} - u_x = 0$$

במלבן $0 < x < 1, 0 < y < \pi$ עם תנאי שפה

$$u(0, y) = \sin 3y, \quad u(1, y) = y(\pi - y), \quad u(x, 0) = u(x, \pi) = 0.$$

שאלה מס' 2

א (12 נק') פיתרו את הבעיה הבאה ($a, k = \text{const}$):

$$u_t = au_{xx} - ku_x \quad (-\infty < x < \infty, t > 0)$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

רמז: השתמשו בפונקציית גרין למשוואת החום.

ב (13 נק') יהיו u, w פתרונות לבעיות הבאות ($-\infty < x < \infty, t > 0$):

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} - 2u \\ u(x, 0) = \exp(-x^2) \end{cases} \quad \begin{cases} w_t = 100w_{xx} \\ w(x, 0) = x \exp(-x^2) \end{cases}$$

מצאו

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{u(1, t)}{w(1, t)}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{w(0, t)}{u(0, t)}$$

שאלה מס' 3

מצאו את הפתרון של משוואת הגלים הבאה על ציר חצי אי-סופי

$$u_{tt} = 9u_{xx} \quad (0 < x < \infty, \quad 0 < t)$$

$$u(x, 0) = \exp(-x), \quad u(0, t) = \exp(-t), \quad u_t(x, 0) = 0$$

שאלה מס' 4

הוכיחו את יחידות של פתרון לבעיה הבאה:

$$u_{tt} = a^2 u_{xx} - k^2 u + F(x, t), \quad 0 < x < l, 0 < t$$

$$u(x, 0) = f(x), \quad u_t(x, 0) = g(x),$$

$$u(0, t) = \alpha(t), \quad u(l, t) = \beta(t)$$

רמז: השתמשו באינטגרל האנרגיה $E(t) = \frac{1}{2} \int_0^l (u_t^2 + a^2 u_x^2 + k^2 u^2) dx$

שאלה מס' 5

מצאו את הפתרון של משוואה $u_x + xu_y = u + x$ המקיים

$$u(x, 0) = x^2 \quad x > 0$$

עבור תנאי

בהצלחה !