

בעיית קושי עבור משוואות לינאריות מסדר ראשון

פתור בעיות קושי:

1. משוואות הומוגניות עם מקדמים קבועים

$$2u_x + 3u_y = 0, \quad \gamma : \{y = 5x + 3\}, \quad u|_{\gamma} = x + y^2 \quad .1.1$$

$$4u_x + 5u_y = 0, \quad \gamma : \{x + y = 0\}, \quad u|_{\gamma} = x^2 + y^2 \quad .1.2$$

$$u_x + 2u_y = 0, \quad \gamma : \{y = x^2, x \leq 0\}, \quad u|_{\gamma} = x + \sin xy \quad .1.3$$

$$u_x + 7u_y = 0, \quad \gamma : \{x = 2\}, \quad u|_{\gamma} = y^2 + 1 \quad .1.4$$

$$2u_x + u_y = 0, \quad \gamma : \{y + x^2 - 1 = 0, x \geq 0\}, \quad u|_{\gamma} = x^2 + 1 \quad .1.5$$

2. משוואות הומוגניות עם מקדמים משתנים

$$u_x + xu_y = 0, \quad \gamma : \{y = 3x, x \leq 0\}, \quad u|_{\gamma} = x - y \quad .2.1$$

$$xu_x + u_y = 0, \quad \gamma : \{y = 2\}, \quad u|_{\gamma} = x^2 + y^2 \quad .2.2$$

$$\frac{1}{y}u_x + u_y = 0, \quad \gamma : \{x = -1\}, \quad u|_{\gamma} = x + y^2 \quad .2.3$$

$$yu_x + u_y = 0, \quad \gamma : \{y = 2\}, \quad u|_{\gamma} = x^2 + y + 1 \quad .2.4$$

$$xu_x + yu_y = 0, \quad \gamma : \{x = 2, y \geq 0\}, \quad u|_{\gamma} = y^2 - 2 \quad .2.5$$

3. משוואות לא הומוגניות

$$(x + y) \cdot u_x + yu_y + u = 0, \quad \gamma : \{y = 1\}, \quad u|_{\gamma} = \frac{x^2 + y^2}{2} \quad .3.1$$

$$xu_x + yu_y = u - xy, \quad \gamma : \{x = 2, y \geq 0\}, \quad u|_{\gamma} = y^2 + 1 \quad .3.2$$

$$u_x + \frac{x^2}{y^2}u_y - x^2y^2u = 0, \quad \gamma : \{2x + 3y = 0\}, \quad u|_{\gamma} = x + y^2 \quad .3.3$$

$$u_x + u_y + u = 1, \quad \gamma : \{y = x + x^2, x > 0\}, \quad u|_{\gamma} = \sin x \quad .3.4$$

$$u_x + u_y - 4xu = 0, \quad \gamma : \{x = 2\}, \quad u|_{\gamma} = y^2 - 2 \quad .3.5$$

תשובות:

$$, u(x, y) = \frac{1}{7}(2y - 3x - 6) + \left[\frac{5}{7}(2y - 3x - 6) + 3 \right]^2 \quad 1.1$$

$$u(x, y) = 2 \left(\frac{5x - 4y}{9} \right)^2 \quad 1.2$$

$$y \geq 2x, \quad u(x, y) = 1 - \sqrt{1 - 2x + y} + \sin \left[\left(1 - \sqrt{1 - 2x + y} \right)^3 \right] \quad 1.3$$

$$u(x, y) = (-7x + y + 14)^2 + 1 \quad 1.4$$

$$y \leq \frac{1}{2}x + 1, \quad u(x, y) = -\frac{\sqrt{8x - 16y + 17}}{8} + \frac{9 + 4x - 8y}{8} + 1 \quad 1.5$$

$$y \leq \frac{x^2}{2}, \quad u(x, y) = -6 + 2\sqrt{9 + x^2 - 2y} \quad 2.1$$

$$x \geq 0, \quad u(x, y) = e^{2y - 2\ln x + 4} + 4 \quad 2.2$$

$$u(x, y) = -1 + \frac{y^2}{e^{2(x+1)}} \quad 2.3$$

$$u(x, y) = \left(x - \frac{y^2}{2} + 2 \right) + 3 \quad 2.4$$

$$y \geq 0, x \geq 0, \quad u(x, y) = \left(\frac{2y}{x} \right)^2 - 2 \quad 2.5$$

$$u(x, y) = \frac{(x - y \ln y)^2}{2y^3} + \frac{1}{2y} \quad 3.1$$

$$x > 0, \quad u(x, y) = 2 \frac{y^2}{x} + 2y + \frac{x}{2} - xy \quad 3.2$$

$$u(x, y) = e^{\frac{y^5}{5} + \frac{1}{5} \left(2\sqrt[3]{\frac{x^3 - y^3}{35}} \right)^5} \left[3\sqrt[3]{\frac{x^3 - y^3}{35}} + \frac{4}{3}\sqrt[3]{\frac{(x^3 - y^3)^2}{35^2}} \right] \quad 3.3$$

$$y \geq x, x > 0, \quad u(x, y) = 1 + \left(\sin \sqrt{y - x} - 1 \right) \cdot e^{\sqrt{y - x} - x} \quad 3.4$$

$$u(x, y) = \left[(y - x + 2)^2 - 2 \right] \cdot e^{2x^2 - 8} \quad 3.5$$