



אוניברסיטת בן גוריון בנגב  
מדור בחינות

תאריך הבחינה 13.08.07

מרצה: ד"ר ל. פריגזין

מבחן ב: חרו'א למערכות מידע 2

מס' הקורס 0201.1.9761

מועד ב סמ' ב

משך הבחינה- 3 שעות

חומר עזר: 2 דפי נוסחאות, מחשב כיס קטן.

יש לפטור 4 מトוך 5 השאלות הבאות בדףים המיעדים לכך בלבד.  
לשימוש השתמשו במחברת המצורפת לשאלון זה. אין צורך לצין שאלות לבדיקה.  
 לכל שאלה משקל שווה (25 נקודות). נא לכתוב באופן ברור ומסודר.

**בהצלחה!**

-2-

**שאלה מס' 1.** הוכיחו כי הישרים הבאים הם מקבילים. מצאו מרחק בין הישרים ומשוואת המשיר שעובר דרך.

$$\begin{cases} y+z=2-x \\ 4y+z=7-3x \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} y &= \frac{5}{3} - \frac{2}{3}x \\ z &= \frac{1}{3} - \frac{1}{3}x \end{aligned} \quad \text{: jeck 1) re 'l' } \quad . k l$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y - \frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}} = \frac{z - \frac{1}{3}}{-\frac{1}{3}}$$

$$M_1 \left(0, -\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)^3, \quad \bar{\ell}_1 = \left(1, -\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right).$$

$$M_2(0, 0, 0), \quad \bar{e}_2 = (9, -6, -3) \quad \underline{\text{Je 10'}}$$

$$\bar{l}_2 = g \bar{l}_1$$

κδ Μ<sub>2</sub> 'σ'ραδλν κδ νν) σ'σηπν σ'ε'σικ  
γιεκτιν γεγονούσι

$$d = \frac{|\overline{M_0 M_1} \times \overline{\ell_1}|}{|\overline{\ell_1}|}$$

$$\bar{N} = \overline{M_0 M_1} \times \overline{e_1} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{3} \bar{i} - \frac{1}{3} \bar{j} + \frac{5}{3} \bar{k}$$

(Explaining the calculation of the cross product)

$$\frac{1}{3}(x-0) - \frac{1}{3}(y-0) + \frac{5}{3}(z-0) = 0$$

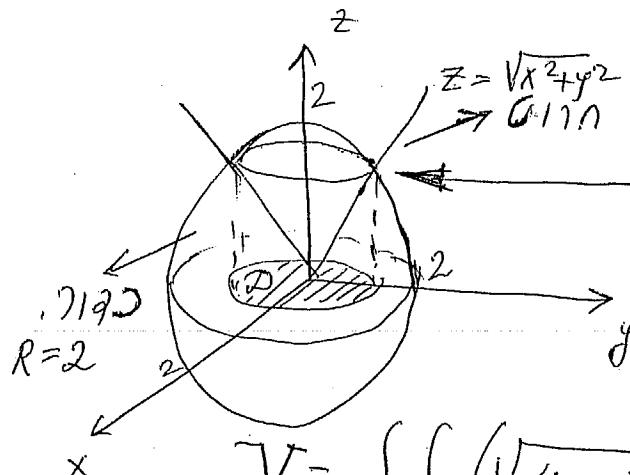
$$\underline{x - y + 5z = 0} \quad ||c$$

$$d = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{5}{3}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}} = \underline{\underline{3\sqrt{\frac{3}{14}}}}$$

-3-

שאלה מס' 2 א. (15 נק') חשבו נפח של הגוף שנמצא מעל המשטח  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  וכלווא בין

לBINI המשטח  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ .



13) חשבו נפח הגוף

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 2\}$$

$$V = \iiint_D (\sqrt{4 - x^2 - y^2} - \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} r \cos \varphi dr d\varphi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (\sqrt{4 - r^2} - r) r dr d\varphi =$$

$$= 2\pi \left[ \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{4 - r^2} dr^2 - \int_0^{\sqrt{2}} r^2 dr \right] =$$

$$= 2\pi \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} (4 - r^2)^{3/2} \right) \Big|_0^{\sqrt{2}} - \frac{1}{3} r^3 \Big|_0^{\sqrt{2}} \right] =$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\pi}{3} \left[ -2^{3/2} + 4^{3/2} - 2^{3/2} \right] = \frac{8\pi}{3} (2 - \sqrt{2})}}$$

-4-

שאלה מס' 2 ב. (10 נק') רשמו את הפולינום מقلורן ממעלה שלישית של פונקציה

$$f(x, y) = \frac{1}{1-2x-y}$$

$$f_x = \frac{2}{(1-2x-y)^2}$$

$$f_x(0, 0) = 2$$

$$f(0, 0) = 1$$

$$f_{xx} = \frac{8}{(1-2x-y)^3}$$

$$f_{xx}(0, 0) = 8$$

$$f_{xxx} = -\frac{48}{(1-2x-y)^4}$$

$$f_{xxx}(0, 0) = 48$$

$$f_y = \frac{2}{(1-2x-y)^2}$$

$$f_y(0, 0) = 1$$

$$f_{yy} = \frac{2}{(1-2x-y)^3}$$

$$f_{yy}(0, 0) = 2$$

$$f_{yyy} = \frac{6}{(1-2x-y)^4}$$

$$f_{yyy}(0, 0) = 6$$

$$f_{xy} = \frac{4}{(1-2x-y)^3}$$

$$f_{xy}(0, 0) = 4$$

$$f_{xxy} = \frac{24}{(1-2x-y)^4}$$

$$f_{xxy}(0, 0) = 24$$

$$f_{xyy} = \frac{12}{(1-2x-y)^4}$$

$$f_{xyy}(0, 0) = 12$$

$$\begin{aligned} P_3(x, y) &= f(0, 0) + f_x(0, 0)x + f_y(0, 0)y + \frac{1}{2}(f_{xx}(0, 0)x^2 + 2f_{xy}(0, 0)xy + \\ &+ f_{yy}y^2) + \frac{1}{3!}(f_{xxx}(0, 0)x^3 + 3f_{xxy}(0, 0)x^2y + 3f_{xyy}(0, 0)xy^2 + \\ &+ f_{yyy}(0, 0)y^3) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 + 2x + y + \frac{1}{2}(8x^2 + 8xy + 2y^2) + \frac{1}{6}(48x^3 + 72x^2y + 36xy^2 + 6y^3) \\ &= 1 + 2x + y + 4x^2 + 8xy + y^2 + 8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3. \end{aligned}$$

שאלה מס' 3 א. (16 נק) האם הטורים הבאים מתכנסים? הסבירו.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}} \quad (\alpha > 1 \text{ לכן סדרה } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}} \text{ מvergence})$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right)}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = 1$$

. OJCN (1c) 716 SK

: d'Alambert / נ.נ (2)

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1} 3^n n!}{3^{n+1} (n+1)! n^n} = \left( \frac{n+1}{n} \right)^n \frac{1}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{3} \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n = \frac{e}{3} < 1$$

. OJCN נס (2) 716 SK

-6-

שאלה מס' 3 ב. (נק' 9) בסביבת נקודה  $M(0, -1, 1)$  משווה  $z = e^x \cos(y+z)$  מגדירה פונקציה  $f_{xx}(0, -1) = \nabla f(0, -1) \cdot z = f(x, y)$ .

$$z = e^x \cos(y+z)$$

$$\text{מ}: x=0, y=-1, z=1 \\ \therefore z = z(x, y)/k$$

$$z_x = e^x \cos(y+z) - e^x \sin(y+z) z_x$$

$$z_x (1 + e^x \sin(y+z)) = e^x \cos(y+z)$$

$$z_y = -e^x \sin(y+z) (1 + z_y)$$

$$z_y (1 + e^x \sin(y+z)) = -e^x \sin(y+z).$$

$$\rightarrow z_{xx} (1 + e^x \sin(y+z)) + z_x (e^x \sin(y+z) + e^x \cos(y+z) z_x) = \\ = e^x \cos(y+z) - e^x \sin(y+z) z_x$$

$$z(0, -1) = 1 \quad : M_0(0, -1)$$

נתקל ב

$$z_x(0, -1) = 1 \quad \Rightarrow \nabla z = (1, 0)$$

$$z_y(0, -1) = 0$$

$$z_{xx}(0, -1) + 1 = 1$$

$$z_{xx}(0, -1) = 0.$$

שאלה מס' 4

מצאו את המרחק המינימלי מנקודות האליפסה 3 לציר  $x$ .

נמצא נקודה על ציר  $y$  באליפסה  $(x,y)$

$$g(x,y) = (2x)^2 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 + x(y-1) - 3$$

$$\begin{cases} \max |y| \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$$

$$\text{Lagrange function method} \quad \begin{cases} \max y^2 \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial(y^2)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial(y^2)}{\partial y} + \lambda \frac{\partial g}{\partial y} = 0 \\ g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda(8x + y - 1) = 0 \\ 2y + \lambda\left(\frac{y-1}{2} + x\right) = 0 \\ (2x)^2 + \left(\frac{y-1}{2}\right)^2 + x(y-1) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{דינמיות } \Rightarrow y=0 \Leftarrow y=0 \Leftarrow \lambda=0 \quad (1)$$

$$\because g(x,y)=0 \text{ נקבע ב } y-1 = -8x \Leftarrow \lambda \neq 0 \quad (2)$$

$$(2x)^2 + (-4x)^2 - 8x^2 = 3 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4}$$

$$x = \pm \frac{1}{2}, \quad y = 1 - 8x = 1 \mp 4 = \begin{cases} -3 \\ 5 \end{cases}$$

. 5-8 סעיפים |y| נינוטן SK

### שאלה מס' 5

השתמשו בטור חזקות כדי לחשב ערך האינטגרל  $\int_0^{0.5} \frac{1 - \cos x}{x} dx$ .

הסבירו כיצד הערכתם את הדיווק.

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x} = \frac{1 - \left(1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{(2n)!}\right)}{x} =$$

$$= \frac{x}{2!} - \frac{x^3}{4!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n)!} + \dots$$

$$S = \int_0^{0,5} f(x) dx = \frac{x^2}{2! \cdot 2} - \frac{x^4}{4! \cdot 4} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)! 2^n} + \dots \Big|_0^{0,5} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4} - \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{96} + \dots + \frac{(-1)^n \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}}{(2n)! 2^n} + \dots$$

Leibniz 60en '88. f8n nr 116 1552'P

$$|S - S_n| < \alpha_{n+1} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{2(n+1)}}{(2n+2)!(2n+2)}$$

$$a_2 = 0.0036 > 10^{-4}$$

$$a_3 = 0.00012 < 10^{-4}$$

$$217 \text{ p} \text{c} \quad S_2 = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{96} = 0.0618 \quad \text{impedance} \\ 10^{-4} \text{ N/m}^2 \quad \text{p} \text{l} \text{a} \text{s} \text{e} \quad S = 8$$