אוניברסיטת בן-גוריון בנגב

המחלקה למתמטיקה ומדעי המחשב

מבחן בגיאומטריה חישובית

מספר נבחן _____

תאריך הבחינה בסה"כ דוגמא
שם המרצה דר' קלרה קדם
שם הקורס גיאומטריה חישובית
מס' הקורס 201.2.4361
שנה תש"ס סמ' חורף מועד דוגמא
משך הבחינה שעתיים וחצי
חומר עזר מחשבון בלבד

יש לענות על כל השאלות

אין צורך להתייחס למצבים מנוונים.

1. (25%)
א. הראה שסגמנט יכול להופיע ב $O(\log n)$ צמתים בעץ סגמנטים.
ב. נתון עץ הסגמנטים הבא המתאר קטעים על הישר. מטרתנו היא להשתמש בעץ הסגמנטים כדי למצא ביעילות כיסוי מכסימלי – כלומר, את מספר הסגמנטים המכסימלי ה"מכסה" איזשהיא נקודה על הישר. איזה צמתים יעודכנו וכיצד כאשר מבצעים את הפעולות הבאות: (כיון שזאת רק דוגמא, המציאו לכם איזה עץ)

Insert([3,8])
Insert([4,12])
Insert([3,5])

ג.. מה נפח האחסון של עץ הסגמנטים לפתרון בעייה זאת עבור N סגמנטים?

2. (20%)
נתונים 2 מצולעים קמורים P ו- Q עם M ו- N צלעות בהתאמה.
א. כמה ישרים משיקים לשניהם (פרט מקרים עם ציורים).
ב. תאר אלגוריתם שמחשב את המשיקים ביעילות. מה זמן הריצה?

3. (15%)
נתונות n נקודות במישור. יש לתאר אלגוריתם שבונה מצולע פשוט (מצולע בעל שפה קשירה שאין בו אף זוג צלעות הנחתכות בפנימן) שנקודות אלה הן קדקדיו, בזמן $O(n \log n)$.

4. (30%)
תהא S קבוצת נקודות במישור.
א. יש לחשב את הקבוצה F של כל הנקודות במישור שבהן ניתן לשים מרכז של עיגול ברדיוס 1 שאינו מכיל אף נקודה מ-S.
ב. מה זמן החישוב?
ג. נא לתאר את צורת F .

5. (10%)
תהא S קבוצה בת N נקודות במישור. נתונה דיאגרמת וורונוי של S. יש לתאר כיצד ניתן למצא, בזמן $O(N)$, את כל הזוגות הקרובים של נקודות S. (כלומר, לכל נקודה מ-S, את הקרובה ביותר אליה).