<u>פיתרון של תרגיל #3</u>

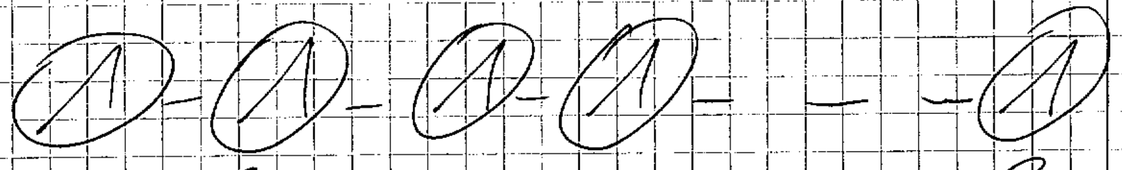
1. הראינו בשעור ש $Time_{pulse}(\text{סינ}) = O(k)$.

כמו-כן בכל מסנכרן $\Delta(\text{סינ}) \le Diam(G)$.

ולכן
$Time_{gap}(\text{סינ}) \le \Delta(\text{סינ}) \cdot Time_{pulse}(\text{סינ}) = O(Diam \cdot k)$

בשביל חסם התחתון נסתכל על מסלול ב-$\hat{G}$ של מקבצים שאורכה $Diam(G)$.

D''



C_1 C_2 C_D

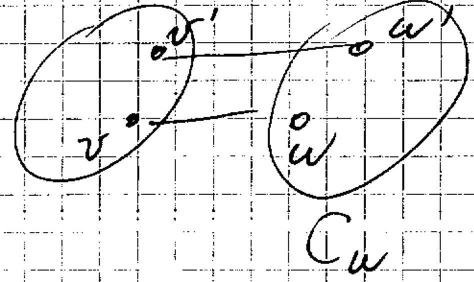
אפשר לייצר מצב שבו קודקודי C_1 נמצאים בפולס 1, קודקודי C_2 בפולס 2, --- , קודקודי C_D בפולס D

(מייצרים את המצב בדומה לאופן שבו מייצרים מצב קיצוני עבור $Time_{gap}(\alpha)$.)

בשלב הבא יקח לקודקודי C_1 $O(k)$ זמן לעבור את הפולס ל-2, ולקודקודי C_2 יקח $O(k)$ זמן נוסף לעבור את הפולס ל-3 וכך הלאה.

2. לכן, v לא יכול להעלות את ה-allv שלו בשלב הבא.

״מבין ש׳ש
לו שכן w
ב-C_w [illegible]
שאין ל-v
קשת [illegible]
שמתחברת אותו ל-C_w.



(קשת כנ״ל היא דוגמא (v', w') $v' \in C_v$,
$w', w \in C_w$.)

אזי v עשוי להעלות את הפולס
שלו (את ה-allv שלו), לפני ש-w
העלה את ה-allw.

3. בניה עזרתית

מתחזקים U שמתמלאת ב-V,
מתחילים ב-BFS מקודקוד $v \in U$
שבסוף BFS ב-$G(U)$.
מתחזקים תור שבהתחלה נמצא בו רק v.
עוברים על הצלעות הסמוכות ל-v,
צלעות (w,v), ורק $w \in U$ מכניסים
לתור וסופרים את מספר השכנים הנ"ל.
מוציאים את v מראש התור ושמים
אותו במערך C_v שהוא מרכזו.
לכל צלע (w,v) כנ"ל, w עובר את
המסלול v שלו.
אם מס' השכנים > $n^{1/4}$ אזי
מוציאים מהתור עוד שכבה של קודקודים
בתוך מרכזי השני, מכניסים אותם ל-C_v,
מכניסים את שכניהם לתור ~~ומסמנים~~
ומסמנים אותם כקודקודים ~~זה~~ ש"נגענו" בהם.
(וסופרים את מס' הקודקודים הנ"ל.
סה"כ בדיקת $O(|\hat{C}|)$
צריך להיזהר בספירה ולא לספור פעמיים
אותו שכן של שני קודקודים שונים מתוך C.)
לכל קודקוד בתור
מתחזקים גם את
המסלול שלו ומס' את

y x x' C

המרחק שלו מ-v. כשמוציאים לבדיקה
מהתור קודקוד ~~שה~~ מרחקו מ-v גדול
מ-1, יודעים שמצאנו עוד רמה.

כשהתנאי $|V|\geq|E|$ מופר

אז עוצרים את בניית C ועוברים

לבניית מעגל נוסף

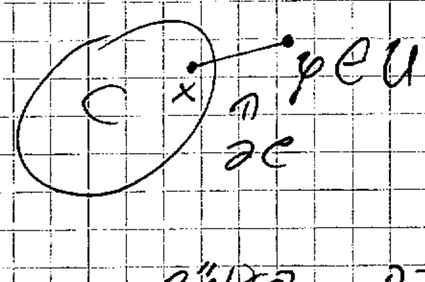
הזמן הדרוש לבניית C פרופורציוני

ל- $O(|E(C)|\cdot|V|\lg|C|)$,

כאשר e הוא קשת שבוצעה (x,y)

אם $x\in C$, $y\notin C$

$(y\in U)$



נשים לב שבכל צעד

מוסרת בדרך הבאה רק פעמיים.

(בפעם השנייה y יוצא מ-x כבר לפני

ב-U.)

לכן זמן הריצה הוא $O(|E|)$.

(בנוסף $O(1)$ זמן דרוש לעדכון הקבוצה U

והתור. הזמן הדרוש לעדכון את התור

כשמוצאים לבנות מעגל נוסף בתוך

$O(|E|\cdot|V|\lg|C|)$ - הווי פרופורציוני ל- $O(\lg|C|)$.

__בעיה מבוצעת__

מאוד דומה לבנייה הסדרתית
פרט לכך שכאשר נגמור לבנות
מעגל C ניקח את אחד מהשכנים
הלא מכוסים שלו ונבנה ממנו מעגל
נוסף. הבעיה עם זה עשויה להיות
שכבר אין שכנים לא מכוסים ל-C,
אך בגרף עדיין יש קודקודים לא
מכוסים.
מטפלים בזה באמצעות DFS שרץ
ברקע. הקודקוד בעל הסימון אם הוא
שייך ל-U יוצא בניית מעגל סביבו.
כל הקודקודים שנכנסים למעגל הופכים
למסומנים. כאשר בניית המעגל נגמרת
אזי הבנייה חוזרת ל-U (העלים מודיעים ל-אב)
והוא יוצר את המשך ב-DFS.
אם ה-DFS מגלה עוד קודקוד לא
מכוסה, ~~ממשיכים ממנו את~~ מתחילים בו
בניית מעגל. ברגע שה-DFS עושה
backtracking למי שיצא ממנו, אזי הבנייה
נגמרה.
הזמן והתקשורת שלו הם $O(n)$, $O(|E|)$
עבור בניית ~~המעגל~~ המעגלים,
ובנוסף $O(n)$ זמן ו-$O(|E|)$ תקשורת
עבור ה-DFS. סה"כ $O(n)$ זמן
ו-$O(|E|)$ תקשורת.

4. ט': אם לכל $(u,v) \in E$,

$$d_{G'}(u,v) \le t$$

אזי G' הוא t-פורש.

הוכחה

עבור $x,y \in V$,

תהי $(x = x_0, x_1, \ldots, x_q = y)$

מסילה הכי קצרה ביניהם ב-G.

אזי

$$d_{G'}(x,y) \le \sum_{i=0}^{q-1} d_{G'}(x_i, x_{i+1}) \le$$

$$\le \sum_{i=0}^{q-1} t = t \cdot q = t \cdot d_G(x,y)$$

מ.ש.ל.