29/03/09

מבחן באלג'ים מבוזרים

מועד ג'

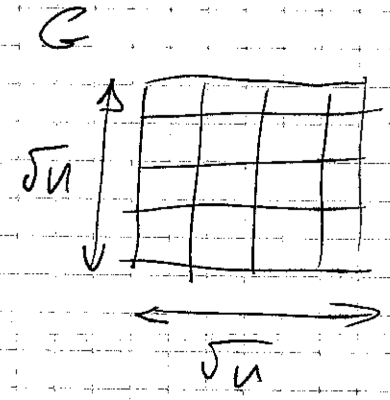
המרצה: מיכאל אלקין

משך המבחן: 3 שעות

~~חומר~~ סגור מותר להשתמש בדף נוסחאות.

יש לפתור 4 מתוך 5 שאלות.

1. יהי G סריג בן n קודקודים, באורך ורוחב $\sqrt{n}$. (הקודקודים יושבים בנקודות הסריג.) הסריג איננו ממושקל.



א. תארו סכמת ניתוב מבוססת-שמות עבור הסריג ~~שמטיבה~~ שמתפקדת על-פני המסילות הקצרות ביותר ומשתמשת ב $O(\log n)$ זיכרון לקודקוד. 10 נקודות

ב. תארו סכמת ניתוב שאינה תלויה בשמות שמשתמשת בזיכרון $O(\log n)$ לקודקוד, כזאת שהניתוב מקודקוד u לקודקוד v באמצעותה דורש $O(dist(u,v)^3)$ הודעות, כאשר $dist(u,v)$ הוא המרחק בין u ו- v בגרף. 15 נקודות

2) א. נתון עץ מושרש עם אוריינטציה
שצבוע ב-29 צבעים.
תארו אלג' שהופך את הצביעה ל-3-צביעה,
תוך מספר קטן ככל הניתן של סיבובים.
כמה סיבובים "יידרשו"?
ב. נתון עץ בלי אוריינטציה. תארו אלג'
יעיל ככל הניתן לחישוב MIS בעץ.
(היעילות היא מבחינת זמן הריצה.)

3) א. יהי η מסנכרן כלשהו.
עבור זמן x מסוים נגדיר

$$t_{min}(x) = \min\{P_v(x) \mid v \in V\},$$

$$t_{max}(x) = \max\{P_v(x) \mid v \in V\},$$

15 נקודות

כאשר $P_v(x)$ הינו הערך של משתנה הפולס
של v ~~בזמן~~ בזמן x.
נגדיר $\lambda = \sup\{t_{max}(x) - t_{min}(x) : x \geq 0\}$.

הוכיחו ש

$$Time_{gap}(\eta) \leq (\lambda+1) \cdot Time_{pulse}(\eta)$$

ב. נסחו את בעיית סינכרון השעונים
ותארו פיתרון אחד עבורה. נתחו
את סיבוכיות הזמן והתקשורת של
הפיתרון שניסחתם.

10 נקודות

4) נתון גרף ממושקל G שמחולק לאוסף פרגמנטים. הפרגמנטים מכסים את הגרף כולו, והם זרים זה"ז בקודקודים. כל פרגמנט מכיל $\Omega(n^{2/3})$ קודקודים כאשר n זה מס' קודקודי הגרף. תארו אלג' שבונה MST(G) בזמן נוסף של

$O(Diam(G) + n^{1/3})$.

5) <u>הגדרה:</u> <u>צביעת - צלעות תקינה</u> היא פונקציה שמותאמת צבע לכל צלע בצורה כזאת ששתי צלעות שחולקות קודקוד בהכרח מקבלות צבעים שונים.

~~א. תארו את~~

א. הוכיחו שכל גרף בעל דרגה מירבית Δ אפשר לצבוע את צלעותיו באמצעות $2\Delta-1$ צבעים ע"י צביעת-צלעות תקינה. (13 נקודות)

ב. תארו אלג' מבוזר שמייצר צביעת צלעות שמשתמשת ב-$(2\Delta-1)$ צבעים וב $O(\Delta \cdot \log n)$ זמן. (12 נקודות)

<u>בהצלחה!</u>