להגשה עד [redacted]

תרגיל מס' 3 באלגוריתמים מבוזרים

1/2/2009

הגדרה: עבור גרף $G=(V,E)$

אוסף $\mathcal{T}$: $\mathcal{T}=\{T_1,T_2,---,T_k\}$

של עצים $V(T_i)\subseteq V, E(T_i)\subseteq E$,

$T_i=(V(T_i),E(T_i))$, לכל i, $i\in\{1,2,--,k\}$,

האוסף $\mathcal{T}$ נקרא כיסוי של G

אם מתקיימים 2 התנאים הבאים:

א) $\bigcup_{i=1}^{k} V(T_i)=V$ $\bigcup_{i=1}^{k} E(T_i)=E$.

ב) לכל צלע $e=\{u,w\}\in E$, קיים עץ T_i

$T_i\in\mathcal{T}$ כך ש- $u,w\in V(T_i)$.

החפיפה של כיסוי $\mathcal{T}$ ~~מוגדרת~~

~~max~~ בצומת v מוגדרת

כמספר העצים $T_i\in\mathcal{T}$

שמכילים את v. צ"ל,

$\underline{overlap}_v(\mathcal{T})=|\{T\,|\,T\in\mathcal{T}, v\in V(T)\}|$.

(החפיפה של כיסוי $\mathcal{T}$ היא החפיפה

המקסימלית של $\mathcal{T}$ בצומת v כלשהו)

צ"ל

$$overlap(\tau) = \max_{v \in V} \{overlap_v(\tau)\}.$$

~~הקוטר~~ הקוטר של כיסוי τ מוגדר

כקוטר מקסימלי של אחד העצים בכיסוי.

צ"ל

$$Diam(\tau) = \max_{T \in \tau} \{Diam(T)\}.$$

שאלה מס' 1:

נתון גרף G וכיסוי τ של G.

יתבקש מציאת, לכל צמת v בגרף

ידע לאילו עצים $T \in \tau$ הוא שייך

~~ואחד~~ ומי הם שכניו בכ"א מן העצים

שאליהם הוא שייך.

יהי $d = Diam(\tau)$; ~~$l = overlap(\tau)$~~.

תארו מנגנון יעיל עד כמה שאפשר

שמשתמש בכיסוי τ ומתאר את

הסיבוכיות שלו בהתאם למדידת

הסיבוכיות שנלמדו בכיתה.

(הסיבוכיות יכולה להיות תלויה ב-d

וב-l.)

__הגדרה:__ עבור גרף $G=(V,E)$, תת-גרף $G'=(V,H)$, $H\subseteq E$, נקרא __k-פורש__ של G אם לכל ~~צמתים~~ צלע $e=\{u,w\}\in E$, קיימת מסילה באורך k או פחות ב-H שמקשרת בין u ו-w. (k הוא פרמטר, $k\geq 1$.)

שאלה מס' 2:

נתון גרף G ו-k-פורש $G'=(V,H)$ של G, עבור $k\geq 1$ מסוים שידוע לכל הצמתים. כמו-כן כל צומת v יודע גם מי הם שכניו ב-G'. נניח ש $h=|H|$. תארו מנגנון יעיל שמשתמש ב-k-פורש, ונתחו את הסיבוכיות שלו (אותה מסילה כמו שאלה 1).

[הסיבוכיות יכולה להיות תלויה ב-h וב-k.]

3 ON 2/Kel

~~3. Establish the maximum possible value for $\mathrm{Time}_{gap}(\beta)$ and prove it.~~

4. 3 Consider a 15-processor asynchronous network with processors $0, \ldots, 14$. The processors constantly run a synchronizer. Let v and v' be two processors in the network, and suppose that at a certain moment, the pulse counter at v shows $p = 27$. What is the range of possible pulse numbers at v' in each of the following cases:

   (a) The network is a ring (with the processors arranged according to their numbers), v is processor number 11, v' is processor number 2 and the synchronizer used is α.

   (b) The network is a full balanced binary tree (4 levels), v is the root, v' is one of the leaves and the synchronizer used is β.

   (c) The same as in (b), except both v and v' are leaves.

~~5. What are the message and time complexities of the asynchronous broadcast algorithms α(FLOOD) and β(FLOOD) resulting from combining the synchronous Algorithm FLOOD on top of synchronizers α and β, respectively?~~

~~6. Consider a model combining the ASYNC and LOCAL models, that is, with asynchronous communication but allowing arbitrarily large messages. Which synchronizer type is preferable in this model? Justify your answer.~~