להגשה עד
9/1/05

תרגיל מס' 5 באלגוריתמים
מבוזרים

הגדרה: עבור גרף $G=(V,E)$

ואוסף $\tau = \{T_1, T_2, \ldots, T_k\}$

של עצים

$V(T_i) \subseteq V, E(T_i) \subseteq E$

$T_i = (V(T_i), E(T_i))$, לכל i, $i \in \{1,2,\ldots,k\}$,

האוסף τ נקרא <u>כיסוי</u> של G

אם מתקיימים 2 התנאים הבאים:

1. $\bigcup_{i=1}^{k} V(T_i) = V$, $\bigcup_{i=1}^{k} E(T_i) = E$.
2. לכל צלע $e=\{u,w\} \in E$, קיים עץ T_i, $T_i \in \tau$ כך ש- $u,w \in V(T_i)$.

<u>החפיפה</u> של כיסוי τ ~~מוגדרת~~

~~max~~ בצומת v מוגדרת כמספר העצים T_i ב τ שמכילים את v. צ"ל,

$$overlap_v(\tau) = |\{T \mid T \in \tau, v \in V(T)\}|$$

החפיפה של כיסוי τ היא החפיפה המקסימלית של τ בצומת v כלשהו

צ"ל

$$\text{overlap}(\mathcal{T}) = \max_{v \in V} \{\text{overlap}_v(\mathcal{T})\}.$$

הקוטר של כיסוי $\mathcal{T}$ מוגדר כקוטר מקסימלי של אחד העצים בכיסוי.

צ"ל

$$\text{Diam}(\mathcal{T}) = \max_{T \in \mathcal{T}} \{\text{Diam}(T)\}.$$

שאלה מס' 1:

נתון גרף G וכיסוי $\mathcal{T}$ של G.

יתבקש מבנה B שבהינתן צומת v בגרף יודע לאילו עצים $T \in \mathcal{T}$ הוא שייך ומי הם שכניו בכ"א מן העצים שאליהם הוא שייך.

יהי $d = \text{Diam}(\mathcal{T})$ ו- $l = \text{overlap}(\mathcal{T})$.

תארו מבנה יעיל עד כמה שאפשר שמשתמש בכיסוי $\mathcal{T}$ ותארו את הסיבוכיות שלו בהתאם למידות הסיבוכיות שנלמדו בכיתה.

(הסיבוכיות יכולה להיות תלויה ב-d וב-l.)

<u>הגדרה:</u> עבור גרף $G=(V,E)$, תת-גרף

$G'=(V,H)$, $H \subseteq E$, נקרא <u>k-פורש</u>

של G אם לכל ~~זוג צמתים~~ צלע

$e=\{u,w\} \in E$, קיימת מסילה באורך k

או פחות ב-H שמקשרת בין

u ו-w. (k הוא פרמטר, $k \geq 1$.)

<u>שאלה מס' 2:</u>

נתון גרף G ו-k-פורש $G'=(V,H)$

של G, עבור $k \geq 1$ מסוים שידוע

לכל הצמתים. כמו-כן כל צומת v

יודע גם מי הם שכניו ב-G'.

נניח ש $h=|H|$. תארו מסנכרן

יעיל שמשתמש ב-k-פורש, ונתחו

את הסיבוכיות שלו (אותה ~~שאלה~~ מטלה כמו שאלה 1).

[הסיבוכיות יכולה להיות תלויה ב-h וב-k.]

3. Establish the maximum possible value for $\text{Time}_{gap}(\beta)$ and prove it.

4. Consider a 15-processor asynchronous network with processors $0, \ldots, 14$. The processors constantly run a synchronizer. Let v and v' be two processors in the network, and suppose that at a certain moment, the pulse counter at v shows $p = 27$. What is the range of possible pulse numbers at v' in each of the following cases:

   (a) The network is a ring (with the processors arranged according to their numbers), v is processor number 11, v' is processor number 2 and the synchronizer used is α.

   (b) The network is a full balanced binary tree (4 levels), v is the root, v' is one of the leaves and the synchronizer used is β.

   (c) The same as in (b), except both v and v' are leaves.

5. What are the message and time complexities of the asynchronous broadcast algorithms α(FLOOD) and β(FLOOD) resulting from combining the synchronous Algorithm FLOOD on top of synchronizers α and β, respectively?

6. Consider a model combining the *ASYNC* and *LOCAL* models, that is, with asynchronous communication but allowing arbitrarily large messages. Which synchronizer type is preferable in this model? Justify your answer.