**טד אייזנברג – דיאלוג על החינוך המתמטי**

**חלק מטענותי כלפי החינוך המתמטי.**

לעיתים קרובות תיארו אותי כבלתי מרוצה (אך אני אוהב לתפוס את עצמי יותר כמשקיף ביקורתי מאשר כפוי טובה ממורמר). כך או כך, איך שלא יכנו אותי, ברצוני להתחיל ישר בנושא, ולשטוח בפניכם כמה מטענותי העיקריות:

1. **היכן נמצאת המתמטיקה ב"חינוך המתמטי" בימינו אלה**? שימו לב שציינתי במפורש "בימינו אלה", מאחר ופעם אכן היתה מתמטיקה בחינוך המתמטי.  
   כפי שכולנו יודעים, תחום החינוך המתמטי הינו רחב, אך רובנו מנסים לשחות בחלקים מסויימים בלבד. חלקנו עוסקים ב:  
   - הפגת "פוביה" ממתמטיקה.  
   - כיצד לתת חיזוקים לא מילוליים לתלמידים.  
   - אינטראקציות מילוליות וחברתיות בכיתה.  
   - טכניקות לימוד בשכונות מצוקה במרכזי ערים, ועדיין ישנם אנשים שעוסקים בחינוך באזורים כפריים ומרוחקים, דרך חינוך מרחוק.  
   - חלקנו מנסים להבין כיצד המוח עובד ביחס להמשכיות ועיבוד המידע.  
   - הבנת השפעת הבדלים מגדריים על סגנונות למידה, אם אמנם יש כאלה.  
   - תפקיד הסמלים במתמטיקה.  
   רשימת תחומי העניין שלנו נמשכת עוד ועוד, אך מה **שבולט בהיעדרו בכתבי העת המחקריים לחינוך מתמטי הוא נוכחות המתמטיקה עצמה**, ואני משוכנע שכולכם יודעים על מה אני סח -- יש רק לפתוח כל כתב-עת מוביל או סיכומי ההרצאות בכנסים שלנו. יש רק להעיף מבט ולהבחין בנדירות הופעת נושאים שעוסקים ישירות במתמטיקה. היעדרות זו קיימת לא רק בכתבי העת, אלא מחלחלת גם לתוכניות הלימוד לתארים מתקדמים ולנפשות הדור הבא במקצוענו**. סטינו ממקורותינו ההיסטוריים, להיות תת-נושא במתמטיקה**, ולדעתי סטייה זו איננה לטובתנו, ואולי אף אינה הפיכה.

אין בכוונתי להעליב או להמעיט בערך עבודתו של איש, אלא ההיפך מכך. רבים מעמיתינו הם מבריקים, אך רבים ממאמציהם לוקים בחסרון מה שאני מכנה "הזרם המרכזי" של החינוך המתמטי ומה שהוא עוסק בו. הבה וארחיב מעט עניין זה.

1. **הגדרת החינוך המתמטי**. ההגדרה שלי לחינוך מתמטי היא תחום המחקר העוסק בהוראה ובלימוד של מתמטיקה, ולמרות שהנושאים שהזכרתי קודם הם חשובים, אין הם תואמים את ליבת תחום המחקר של החינוך המתמטי. בעבר, ליבת הדיסציפלינה עסקה במתמטיקה, ולא בנושאים מרוחקים יחסית ממנה. זוכרני כי כתלמיד התרשמתי עמוקות כאשר קראתי את שיחותיו של סוקרטס עם עבדו של מנו (מאת אפלטון): ע"י סדרת שאלות, סוקרטס הוכיח שהעבד מסוגל לבנות ריבוע בעל שטח כפול פי 2 משטחו של ריבוע נתון. לא הצלחתי להתגבר על התחכום שבשאלות וברצף המסוים בו סוקרטס שאל אותן. אין ספק שכוונתו של סוקרטס היתה בעיקר לעסוק במישור הפילוסופי מאשר להעניק לעבד פיסת ידע מתמטית זו. הוא רצה להוכיח למנו כי ידע אנושי מסוים הינו מולד, וקיים אצל כל אחד מאתנו -- כל מה שאנו צריכים הוא סיוע קל להביא את הידע הזה לפני השטח. אך המטרה הפילוסופית לא הפתיעה אותי כלל, קיבלתי אותה מיד. היה זה האופן בו הוא הבהיר את דעתו, שידע אנושי רב כבר אצור בתוכנו ועם מעט סיוע ניתן להציפו לפני השטח, שגרם לי לומר לעצמי "וואו!" שילבתי רעיון זה בתפיסתי שלי- חשבתי שרעיון זה צריך לעמוד בבסיס כל שיטות ההוראה.   
   בשנות ה60, כשלמדתי באוניברסיטה, רעיון זה הפך למנטרה. ניתן ללמד כל אדם כל נושא, ללא פשרות לגבי ההגינות האינטלקטואלית של הנושא הנלמד. אני ורבים אחרים בלענו מנטרה זו, שיננו והטמענו אותה. היא נעשתה בסיס הפילוסופיה האישית שלי, לא רק ספיציפית לחינוך המתמטי, אלא לכל החינוך. סברתי שכל מה שאדם צריך הוא ראש פתוח ומורה נבון ונדיב-לב.  
   הגיבורים שלי בתקופה ההיא היו מתמטיקאים בעלי עניין אמיתי בהוראה. למרבה המזל, היו לי מודלים רבים להערצה בתקופת לימודי לתואר ראשון באילינוי סטייט. במישור הלאומי, נתקלתי שוב ושוב בשמות של פיטר הילטון, בוב דייוויס, מוריס קליין, ג'ורג' פוליה, ליליאן ליבר, מרטין גרדנר ור.ל. מור, שפיתח שיטה חדשה (עבורי) של הוראה בהצבת תלמידים בסיטואציות תחרותיות זה מול זה. לא אהבתי את החלק התחרותי בלימוד, אך לא ניתן להתווכח עם הצלחת השיטה. על כן, בדיונים על חינוך מתמטי אנו מנסים לחשוב כיצד להפוך את שיטתו של מור ליותר הומאנית ופחות תחרותית. כל זה קרה בשנות ה60 המאוחרות.   
   ספוטניק היתה כבר היסטוריה, התנועה המתמטית החדשה בארה"ב כבר ספגה ביקורות ע"י כולם פחות או יותר, האסכולה הצרפתית לחינוך מתמטי עקבה אחרי גישתו של בורבקי למתמטיקה, תכנית נופילד באנגליה הותקפה רבות, כמו רוב התכניות החדשות שתמכו בלמידה ע"י גילוי, הוראה ע"י חקירה, מעבדות מתמטיקה, כיתות פתוחות, ותכניות נוספות שהתרכזו בתלמידים ולא במורה המדבר וכותב. תכניות חדשניות הותקפו, והן סיפקו קרקע פוריה להולדת תנועות ה"חזרה ליסודות".  
   נכנסתי למקצוע טעון בבעיות ובמצב לא מסודר, ללא שנראה תאום בין הפרויקטים המתוקצבים עד מאוד. יש שיאמרו כי זו היתה תקופת הזהב של המקצוע, אך המניע שלהם היה פחד. פחד שדרבן לעשור של מתמטיקה מודרנית בבית הספר. בראשית שנות ה60, האווירה בארה"ב הושפעה מהיאוש שמא העולם המערבי מפגר אחר ברית המועצות במדע ומתמטיקה, פיגור שלא ניתן לקבלו. הדרך לשנות מצב כזה היתה להשקיע כסף רב בשיקום תכניות הלימוד בביה"ס. רוב העולם המערבי עשה זאת. בבסיס תנועות הרפורמה עמדה האמונה שהמורה צריך לדעת יותר מתמטיקה. מורים בעלי ידע יניבו תלמידים בעלי ידע.  
   כפי שחלקכם ודאי זוכר, התיאוריה הזו לא עמדה במבחן, אם כי היא אכן היתה הגיונית. הנקודה היא שבני דורי שלמדו חינוך מתמטי באקדמיה, נאלצו ללמוד קורסי ליבה במתמטיקה שניתנו ע"י המחלקה למתמטיקה.   
   כפי שכולכם יודעים, המקצוע זנח את הרעיון שמורים צריכים לדעת מתמטיקה ברמה גבוהה יותר ממה שעליהם ללמד. אנלוגיה פשוטה לכך היא שישנן 2 דרכים ללמוד ולהכיר שטח חדש. האחת היא לעבור מעץ לעץ, מאבן לאבן, ומגבעה לגבעה. בסופו של דבר, נלמד את השטח ואת מרכיביו. שיטה שניה היא לטפס על העץ או הסלע הגבוה ביותר בסביבה ולהתבונן מסביב. ביחס ללימוד המתמטיקה, תכניות הכשרה יכולות להיבנות מהספרים בהם המורים לעתיד ישתמשו. מצד שני, ניתן גם לנסות ולהביא את המורים לעתיד הללו לפסגות של מתמטיקה גבוהה. הם יראו את המתמטיקה אותה הם ילמדו בסופו של דבר, אך יראו גם כיצד היא נראית מנקודות מבט שונות. יש שיאמרו כי 2 שיטות אלו מייצגות את ההבדלים בין מורים שלומדים בסמינר למורים ובין אלו שלומדים באוניברסיטה   
   ניתן לחשוב כי כך בדיוק אנו מכשירים מורים כיום- אנו מביאים את הסטודנטים לשמיים כדי לצפות על הנעשה על האדמה. זה נכון לגבי הפונים להוראה בבי"ס על יסודי, ברמת התואר הראשון. אפילו המורים בביה"ס היסודי חייבים ללמוד מס' קורסים במתמטיקה, שמוצעים ע"י המחלקות למתמטיקה באוניברסיטה (הערת המתרגם: מדובר באוניברסיטאות בארה"ב, לא במכללות בישראל). ההנחיות פותחו ע"י הMAA והNCTM ומפרטות קורסים מסוימים וכישורים שעל המורים לעתיד ללמוד. פירוט רב זה נעצר בתוכניות הלימוד לתואר ראשון, ולדעתי זו טעות. אני סבור כי כל התכניות לתואר שני ושלישי למחנכים למתמטיקה צריכות לכלול קורסי ליבה מסוימים שיינתנו ע"י המחלקות למתמטיקה. בנוסף, אני מאמין שהמחנכים למתמטיקה ותלמידיהם, ואלו במקצוע שלנו שאכפת להם מהוראת המתמטיקה ברמה העל יסודית ואחריה, לא צריכים להיות במחלקות לחינוך או במחלקות להוראת המדעים. הם צריכים להיות חלק מהמחלקות למתמטיקה. הבה ואסביר:
2. **אווירת לימוד**: תמיד האמנתי שהסביבה משפיעה על הלמידה. אם אדם רוצה ללמוד כיצד לשאול שאלות נבונות ולשפר את יכולות פתרון הבעיות שלו, עליו להתוודע למי ששואל את אותו סוג שאלות שברצונו לשאול. עליו להכיר את מי שפותר בעיות דומות לבעיות אותן הוא רוצה לפתור בעצמו. אנשים כאלו ילמדו במהרה לשאול שאלות חודרות ולענות עליהן בדרכים חדשניות. מי שרוצה להיות פותר בעיות טוב יותר, עליו לחבור לאחרים שפותרים היטב בעיות, להבין את הצורה בה הם ניגשים לבעיה, כיצד הם מציגים את הפתרון שלהם, והאמינו לי, אדם זה ייעשה במהרה פותר בעיות מעולה.  
   הסביבה משפיעה עלינו בכל צורה שעולה על הדעת, לכן מחנכים למתמטיקה צריכים להיות חלק מהמחלקות למתמטיקה. אנחנו תת-תחום של מתמטיקה. למען התפתחותנו האישית כדאי לנו להשתייך לשם. אך אנו בחינוך המתמטי יכולים גם לתרום לאווירה האקדמית במחלקה, ואפילו לתחום המתמטיקה עצמו. אנו יכולים ללמד את עמיתינו המתמטיקאים דבר או שניים.  
   אם כך, מדוע אני חושב שמחנכים למתמטיקה לא צריכים להיות חלק מהמחלקות לחינוך או להוראת המדעים? לגבי הוראת המדעים, התשובה היא פשוטה: מחלקות הוראת המדעים הן פשוט קטנות מדי. אין להן מספיק כוח אדם כדי לעורר דיון בתוך הדיסציפלינות. השאננות מתקבעת, וזהו קרב מתמשך עבור רובנו להרחיקה. אנחנו, מוריהם של מורים, לומדים ע"י אינטראקציות חברתיות עם אחרים. אם יש רק מורה אחד או שניים למתמטיקה במחלקה, אין זה מספיק ליצירת סביבה מעודדת למידה ודיון.   
   ומה הבעיה בלהיות חלק מהמחלקה לחינוך? ובכן, רוב הפקולטות לחינוך במוסדות ההשכלה הגבוהה רחוקות מידי מהעניין האינטלקטואלי הרלוונטי לנו, והוא הוראת ולמידת מתמטיקה. אני מכיר מחלקה אחת לחינוך בה רוב הסגל אימן את עצמו להתעלם מטבלאות, מספרים ומבחנים סטטיסטיים במאמרי מחקר ובכתבי עת מדעיים. הם פשוט אינם רואים נתונים אלו, אלא מדלגים עליהם ומתעלמים מכל ה"חומר הסטטיסטי" הלא מעניין. התרבות הזו אינה טובה ליצירת מחנכים למתמטיקה כפי שבעיני הם אמורים להיות. השורה התחתונה, אם כך, היא פשוטה למדי- עבור מי מאתנו שעוסק בהשכלה על תיכונית או השכלה גבוהה, אנו שייכים למחלקה למתמטיקה; אך אין זה חד כיווני.  
   למחלקות למתמטיקה ישנה התחייבות מוסרית לעסוק בכל ההיבטים של הוראת המתמטיקה, בפרט בחינוך העל יסודי והגבוה. מתמטיקאים רבים מותחים ביקורת על המתרחש בכיתות לימוד למתמטיקה בביה"ס. הם מתלוננים מרה שרמת הידע של התלמידים צנחה משמעותית בשנים האחרונות. אך אין זה מספיק להתלונן, יש להם חובה מוסרית לפעול בנושא. כלומר, לפחות לדעתי, עליהם לתקשר עם מחנכים למתמטיקה, שאני מקווה שמשרדם יהיה באותו המסדרון של המחלקה.   
   אם כך, השאלה היא: האם אנו יכולים ללמד מתמטיקאים הכל על מתמטיקה? תשובתי היא שתופתעו.  
   אני מפקפק בכך שישנם מתמטיקאים רבים בסגל האוניברסיטה שלכם שיכולים להסביר כיצד למצוא את הצמוד ההרמוני של נקודה נתונה בקטע קווי, אך רוב המחנכים למתמטיקה שלימדו קורס בהיסטוריה של המתמטיקה מסוגלים לכך. אני מפקפק אם ישנם מתמטיקאים רבים במוסד שלכם שיכולים לומר לכם תחת אילו תנאים השורשים של משוואה ריבועית יכולים להיות מיוצגים בכלים אוקלידיים במישור המרוכב. אני מסוגל להמשיך עוד ועוד עם הרשימה, והמתמטיקאים יכולים להשיב לי רשימה ארוכה פי עשר לפחות של עקרונות בסיסיים אותם אנו לא מכירים, וייתכן שגם עמיתיהם המתמטיקאים מתחומים אחרים לא יכירו. הנקודה היא שאכן, אנו יודעים מתמטיקה שמתמטיקאים רבים אינם יודעים, ושהיותנו חלק מהסגל יתרום למאגר הידע המתמטי במחלקה, ולמאגרי ידע רבים נוספים.   
   לג'ורג' פוליה היתה רשימה של דיברות למורים. הבולטות שבהן לדעתי היו: מורים צריכים לדעת מתמטיקה, הם צריכים לאהוב מתמטיקה, ועליהם לפתח גישה בריאה לפתרון בעיות. ניתן לשלב דיברות אלו בכל רמה של סטודנטים לחינוך מתמטי, אם הם נמצאים במחלקה למתמטיקה ולא במחלקה אחרת בקמפוס.   
   ובכן, אז אתם יודעים את דעתי בנושא. מחנכים למתמטיקה שעוסקים בחינוך העל יסודי ומעלה צריכים להשתייך למחלקה למתמטיקה. להשקפתי, קיום מתמטיקאים לצד מחנכים למתמטיקה באותה המחלקה מעשיר את המחלקה ואת מה שהיא מסולת להעניק. זהו מצב שכולם זוכים בו.
3. **הערות לגבי הוראה**. אני עצוב ומתוסכל למראה תלמידי תיכון ואוניברסיטה אינטיליגנטים שאינם מסוגלים לבצע ולו חישוב פשוט. הם אינם יודעים את לוח הכפל, אינם מסוגלים לעבוד עם שברים או אחוזים. כולכם יודעים על מה אני מדבר. התחום שלנו כינה את הבעיה הזו וכל מה שנובע ממנה "אנאלפביתיות מספרית", וכל תופעת המחסור בכישורים מתמטיים זו נובעת, מסתבר, מסיבות רבות. הוראה כושלת, חוסר תרגול, הסתמכות יתרה על טכנולוגיה, חומר מיושן, וכו'. חוסר הבנה בסיסית זה בשילוב עם חוסר כישורים מתמטיים ניתן למצוא אצל רבים מתלמידינו, ואני מוצא זאת מתסכל. מדוע? מדוע זה כה מטריד אותי? **משום שאני מאמין שישנם כישורים מסוימים ומערכות אמונות שאמורים לעבור מדור לדור.**אני משוכנע שלכולנו יש כשרונות שנרצה למצוא גם אצל ילדינו ונכדינו. היכולת לקרוא ולכתוב, להיות רציונליים ולחשוב באופן ביקורתי, להכליל רעיונות ועוד. אינני מדבר על התחום הרגשי, בו אנו מעוניינים שביה"ס יקנה לילדינו את היכולת לכבד את הזולת והשונה מהם במראה ובדת; אני מדבר על היכולות הקוגניטיביות. אני מוצא זאת מתסכל במיוחד כאשר תלמידים משתמשים במחשבון כדי לבצע חישוב פשוט, כמו 9 פחות 7, או כאשר הם פותרים משוואה פשוטה בעזרת אלגוריתמים (כגון פתרון המשוואה הריבועית x^2+5x=0 בעזרת הנוסחה). קרוב ל 50% מתלמידי בקורס קלקולוס בסיסי

פתרו משוואה ריבועית זו בעזרת הנוסחה!   
אחת מעמיתותי באוניברסיטה זו, שאינה חברה במחלקה למתמטיקה, אינה מאמינה שכל מה שאמרתי עד כה באמת משנה. כל עוד התלמיד מבין את השורה התחתונה, זה בסדר- הכישורים הדרושים לחישובים פשוטים אינם כה רלוונטיים לעולמנו כיום. היא טוענת כי כל דור מציב לעצמו סטנדרטים לגבי מה שחשוב ומה שלא. ובכן, ייתכן שהיא צודקת, אך עדיין איני מסוגל להסכים עימה לגבי זה. איני רוצה להכנס לאמונות אוניברסליות כמו המגנה כרטא, עשרת הדיברות וכל זה, אך כאשר אני רואה תלמיד כיתה ח' מחשב 9 פעמים 7 כך שהוא מחבר 7 ל7 תשע פעמים על דף במקום לשלוף את התשובה מהיכרותו עם לוח הכפל, מתחשק לי לבכות. הילד עליו אני מדבר קבל תשובה שגוייה 5 פעמים בבצעו את החישוב כך, לפני שהוא הניח ראשו על השולחן ונרדם. ואשמת מי היא העובדה שכישורים מעין אלו לא הופנמו לכדי אוטומטיות אצל התלמיד? ובכן, אנו, כתחום, איננו נקיים מאשמה, מאחר והורדנו את כמות התרגול לרמה זעומה ומגוחכת. שמנו מבטחנו במחשבונים ומחשבים, ובנינו דור של מבוגרים החסרים את הכישורים המתמטיים הבסיסיים שהיו להוריהם ולסביהם. וכאשר אני אומר בסיסי, אני מתכוון לכך!  
דברים מסוימים צריכים להיות אוטומטיים, ולדעתי פעולות אריתמטיות נכללות תחת הגדרה זו, וכן מיליון דברים נוספים. מורים למתמטיקה אמרו לי שאם אכתוב את המספר העשרוני 5 בבסיס 3, המספר יהפוך מאי-זוגי וראשוני לזוגי ומורכב! מהיכן הם הביאו את השטויות האלו?! ושוב, איננו לחלוטין חפים מאשמה.

1. **דימויי מושגים:** איני יכול לחשוב על חידוש גדול יותר בתחום מהרעיון של דימויי מושגים. רעיון זה הוצג ע"י שלמה ווינר ועודן ע"י שלמה ודוד טול, ומספר אנשים נוספים. לדעתי, המחשת מושגים צריכה לעמוד בלב לימוד המתמטיקה. כאשר אני רואה או שומע את המילה לוגריתם, אינטגרל או פונקציה דיפרנציאבילית, שרשים של פונקציה, פולינומים אי-פריקים מעל לרציונלים ועוד- מיד אני חושב על דימוי המושג, הציור שלו. ציור זה נותן לי את הבנת המושג. אני מודה שיש דרכים רבות לראות מושגים אלה, אבל הסכום הכולל של כל הייצוגים הוא דימוי המושג שלי. אני משוכנע שכל אחד מאתנו פיתח לעצמו מאגר דימויי מושגים משלו, ופיתוח דימויי מושגים צריך לעמוד בראש מה שאנו מנסים להעביר בשיעורים- אך אין זה כך. מדוע? מאחר שהחינוך המתמטי התפתח לידי משהו שונה מאשר לעזור למורים להיות יעילים בכיתות. ושוב, רובכם יודעים על מה אני סח.
2. **אודות השכלת המורים למתמטיקה ומחנכים לתארים גבוהים**. בארצות רבות בימינו, רמת התוכן ברקע המתמטי של המורה למתמטיקה לרוב מסתיימת עם קבלת התואר הראשון. ההנחה המקובלת בתזות לתואר שני ותכניות דוקטורט היא שהמורים יודעים את התוכן, וכל שעלינו לעשות הוא ללמדם כיצד ללמד וכל הנובע מכך.   
   זוהי טעות בסיסית. למרבית המורים שאני מכיר יש פערים עצומים בידע והם לא שולטים היטב בחומר אותו אנו מניחים כי הם למדו. כעת הם ממשיכים לתואר שני במחלקות לחינוך או להוראת המדעים, ולעתים קרובות נמנעים מלקחת ולו קורס אחד במתמטיקה שמוצע להם ע"י המחלקה למתמטיקה. כך אותם מורים מגיעים לעסוק בנושאים הפריפריאליים יחסית למתמטיקה שהזכרתי בראשית דברי: חיזוקים לא-מילוליים, שיטות אלטרנטיביות למתן ציונים, תחקור ברמה גבוהה יותר ועוד. אין סוף לזה, והכל בא על חשבון הפיכת המורים למקצועיים יותר בחומר המתמטי עצמו. חובת למידה של קורסים מתמטיים צריכה להיות חלק מכל תכנית המשך בהשכלת המורים למתמטיקה. אני מודע לכך שקל לדבר וקשה לעשות, אך כתחום מקצועי, סטינו מדי משורשינו ההיסטוריים.  
   אינני טוען שכל מחנך למתמטיקה צריך להיות מתמטיקאי חוקר בנוסף לכל, אך ההכשרה המתמטית של המחנך למתמטיקה אינה אמורה להסתיים עם קבלת התואר הראשון. ישנם אנשים מחוננים בכל היבט בתחום שלנו, ואני חושב שתכניות הלימוד שלהם צריכות להעלותם בכמה רמות בתוכן המתמטי. **כאשר הם מסיימים תכנית בחינוך מתמטי, עליהם לדעת יותר מתמטיקה יחסית למה שידעו בראשית לימודיהם**.

אז כיצד ניתן לשנות כל זאת? ובכן, הצעד הראשון שעלינו לעשות הוא לשנות את האווירה השוררת בתכניות הלימוד שלנו. הצטרפו למחלקות למתמטיקה, ואם זה לא אפשרי, צרו עימן קשרים. חפשו בהן אנשים בעלי ענין משותף ונסו לשתף עימם פעולה כדרך קבע (גם אם משמעות העניין היא לשתות עימם קפה אחת לשבוע, וגם אם אתם סתם מפטפטים איתם, עדיף מוקדם ממאוחר- הפטפוטים יהפכו לרציניים כאשר תגיעו לדבר על מתמטיקה.)  
התחילו לעשות שוב מתמטיקה. קראו ספר או אפילו מאמר עם קולגה. שניכם תצאו נשכרים מפעילות כזו. גם אם אתם חושבים שמתמטיקה היא קשה, אל תוותרו. פעמים רבות, כאשר אני נתקל בבעיה סבוכה שעבור אחרים נראית כפשוטה וברורה מאליה, אני מזכיר לעצמי דבר מה שאמר מרטין גרדנר. הוא נהג להציג את עצמו כעיתונאי ולא כמתמטיקאי. ספריו וכתבותיו ב"סיינטיפיק אמריקן" יכולים להעיד על תפיסתו העצמית- הוא אכן לא ראה את עצמו כמתמטיקאי. הוא נשאל לעתים תכופות כיצד הוא כותב על נושאים כה סבוכים, והוא השיב: אני יכול לכתוב על נושאים אלו כי עלי לעבוד כה קשה רק כדי להבין אותם. כתבותיו מובילות את הקורא לעיתים קרובות לדרך בה הוא עצמו ניסה להבין את הרעיון . אם כך, רק משום שעלינו לעבוד קשה על מנת להבין דבר מה, זה עושה אותנו למורים טובים יותר ורגישים לכשלים אפשריים בלמידה.

1. **הצצה לעתיד**:  
   ישנה תנועה פופולרית בארה"ב שמבשרת על עתיד החינוך. בעיקרון, זוהי ספרייה של הקלטות וסרטים על כל דבר שעולה בדעתכם. היא נקראת "אוניברסיטת קאן", וזה מה שכתוב עליה בוויקיפדיה:  
    "קאן נמנעת מפורמט הכולל אדם ליד לוח מחיק, בשאיפה להציג למידת מושגים כאילו היא "צצה מהאפילה אל תוך ראשך עם קול הבא משום מקום", בדומה לישיבה ליד מישהו ולפתור בעיה על דף נייר- אם אתה צופה במישהו פותר בעיה וחושב בקול, אני חושב שאנשים ימצאו זאת כיעיל יותר ולא כה מתסכל (קאן). גרסאות לא מקוונות של ההקלטות הופצו ע"י קבוצות ללא כוונות רווח באזורים כפריים באסיה, אמריקה הלטינית ואפריקה. רוב התוכן כיום כולל מתמטיקה ופיזיקה ברמה טרום אקדמאית. תכניתו של קאן היא לספק רבבות הקלטות בכל נושא, פחות או יותר, כדי ליצור בית ספר וירטואלי חופשי בו כל אחד יכול ללמוד כל דבר (קאן)."  
   "האקדמיה של קאן מספקת גם מערכות תרגולים מקוונים שיוצרות שאלות עבור התלמידים, בהתבסס על רמת ביצוע. תוכנה זו זמינה כמקור פתוח תחת רישיון BSD החדש. קאן מאמין שהאקדמיה שלו מציעה אפשרות לשפר את כיתת הלימוד המסורתית ע"י שימוש בתכנה ליצירת מבחנים, מטלות הגשה, מתן דגשים אישיים לכל תלמיד, ועידוד התלמידים החזקים לסייע לנחשלים בכיתתם. ההדרכות הוירטואליות הן יעילות מאחר וניתן להפסיקן לרגע, בעוד שלא ניתן לעשות זאת בהרצאה הרגילה בכיתה."  
   בהדרכות השיחתיות הוירטואליות (פניו של קאן אינם מופיעים כלל והצופים רואים רק את השרבוטים שלו, צעד אחר צעד, ודיאגרמות, על גבי לוח אלקטרוני) הוא מציג מהפך חינוכי שמוריד את הדגש מחדר הכיתה וממסגרות חינוכיות דומות, ואפילו ממרצים בעלי שם."

אני חושב שהטכנולוגיה היא דבר נפלא, אך התיאור הנ"ל מזכיר לי קריקטורה שראיתי לאחרונה: 2 אנשים יושבים באותו סלון, כל אחד מהם רכון על המחשב שלו, והם מתכתבים זה עם זה בדואר אלקטרוני! אני בהחלט מקווה שהקריקטורה הזו לא תהפוך למציאות של ביה"ס של העתיד.   
פרנק קווין, מתמטיקאי בוירג'יניה טק בארה"ב, קונן על אובדן הקשר בין המתמטיקה בביה"ס לבין זו של האוניברסיטה, וכתב: "המתמטיקה של ביה"ס עודנה שייכת למאה ה19, ולכו שעור ההצלחה של תלמידים במתמטיקה מודרנית, ברמת האוניברסיטה, הוא נמוך. ישנו לחץ רב לשפר מצב זה, אך שינויים שנערכו לאחרונה, כמו השימוש במחשבון והדגשת ההבנה המעורפלת על חשבון כישורים אמתיים החמירו את המצב. משהו מוכרח להשתנות."   
אני מסכים; משהו חייב להשתנות. אולי, רק אולי, מישהו יזכור את השיחה של סוקרטס עם עבדו של מנו ויבין שזה מה שאמור לעמוד בבסיס הלימוד. משא ומתן בין תלמיד ומורה מוחשי, ולא מורה וירטואלי. לדעתי המודל הסוקרטי ללימוד רלוונטי גם כיום כפי שהיה לפני כאלפיים וחמש מאות שנה. כפי שאיינשטיין אמר על מורים- "מתן דוגמא אינו האמצעי העיקרי להשפיע על הזולת, אלא האמצעי היחידי". אם אנו באמת מאמינים שניתן ללמד כל אחד כל נושא, אזי אנו יכולים.

**ביבליוגרפיה.**

1 The Internet Classics Archive | Meno by Plato <classics.mit.edu/Plato/meno.html>

2 Polya, G. Mathematical Discovery, Vol 11. (1964), Wiley & Sons,

Chapter 14, p. 116. or type "Polya's commandment for teachers" into

Google to see them and many blogs about them.

3 Vinner, S. <http://www.warwick.ac.uk/sta\_/David.Tall/themes/concept-image.html>

4 Vinner, S. and Tall, D. Concept image and concept definition in

mathematics, with special reference to limits and continuity,

Educational Studies in Mathematics, 12 (1981), 151-169.

5 Tall, D. Concept Images, Generic Organizers, Computers Curriculum

Change, For the Learning of Mathematics, 9,3 (1989), 37-42.

6 Lan Li and Tall, D. Constructing Different Concept Images of

Sequences and Limits by Programming, Proceedings of PME 17 (1993),

Japan, v. 2, 41-48.

7 Harel, G. (2004). A Perspective on Concept Image and Concept

Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and

Continuity. In T. Carpenter, J. Dossey, L. Koehler (Eds.), Classics in Mathematics Education Research, 98. 1988, Concept Image and

Concept Definition, Senior Secondary Mathematics Education,

(ed. Jan de Lange, Michiel Doorman), OWOC Utrecht, 37-41

8 See < http://en.wikipedia.org/wiki/Khan-Academy>

9 Quinn, Frank. A Revolution in Mathematics? What really happened

a century ago and why it matters today. Notices, American Mathematical

Society, 59 (01), Jan. 2012, 31-37.