עמוס ביימל **18/12/01**

סיבוכיות: תרגיל 3

<u>הגשה</u>: יום ג' 1/1/02 בהרצאה.

שאלה 1

נתונים מ"ט אי-דטרמיניסטית פולינומית M וקלט x. יהי $\varphi_{M,x}$ הפסוק שבונה הרדוקציה מההוכחה של משפט Cock-Levin. הוכיחו כי מספר ההצבות המקבלות של $\varphi_{M,x}$ הוא בדיוק מספר החישובים המקבלים של M על x.
הערה: הניחו כי קיים קבוע $C_{M,x}$ כך שאורך כל חישוב של M על x הוא $C_{M,x}$.

שאלה 2

יהי φ פסוק 3-CNF. הצבה מספקת-לא-מספקת של φ היא הצבה כך שבכל פסוקית של φ יש ליטרל שמסתפק וליטרל שלא מסתפק. כלומר, זוהי הצבה המספקת את φ אבל לא מספקת בן-זמנית 3 ליטרלים המופיעים באותה פסוקית. נגדיר את השפה $\text{SAT}\neq$ כאוסף כל פסוקי 3-CNF שיש להם הצבה מספקת-לא-מספקת.

סעיף א'

הראו כי המשלים של הצבה מספקת-לא-מספקת הוא הצבה מספקת-לא-מספקת.

סעיף ב'

הוכיחו כי $\text{SAT}\neq$ היא $\mathcal{NP}$-שלמה.

<u>הדרכה</u>: הראו רדוקציה מ-SAT בה מחליפים כל פסוקית $(\ell_1 \vee \ell_2 \vee \ell_3)$ בשתי פסוקיות

$$(\ell_1 \vee \ell_2 \vee t_i) \wedge (\overline{t_i} \vee \ell_3 \vee b)$$

כאשר t_i הוא משתנה חדש עבור הפסוקית c_i ו- b הוא משתנה חדש יחיד.

שאלה 3

סווגו כל אחת מהשפות הבאות לאחת מהאפשרויות הבאות:

1. $L \in \mathcal{P}$.
2. $L \in \mathcal{NP}$-comp (זכרו במקרה זה להוכיח כי $L \in \mathcal{NP}$).

יש להוכיח את תשובותיכם.

1. 3CLIQUE- = { G : G=(V,E) has a clique of size $|V|$-3 }.
2. HALF-CLIQUE = { G : G=(V,E) has a clique of size $|V|/2$ }.
3. 4COLORING = { G : G has a coloring with 4 colors }

שאלה 4

יהי $G=(V,E)$ גרף מכוון עם n צמתים. קבוצה $D \subseteq V$ היא <u>קבוצה שלטת</u> ב- G אם לכל $v \in V - D$ קיים צומת $u \in D$ כך ש- $(u \to v) \in E$.

נגדיר את השפה הבאה: Dom-Set = $\{(G,k) : G$ יש ב- קבוצה שלטת בגודל $k\}$.

סעיף א'

הוכיחו כי Dom-Set $\in \mathcal{NP}$.

סעיף ב'

הוכיחו כי Dom-Set היא $\mathcal{NP}$-קשה ע"י רדוקציה מהשפה Set-Cover.

סעיף ג'

הראו רדוקציה מפורשת מהשפה Dom-Set לשפה Set-Cover.

שאלה 5

נאמר כי $L \in$ co-$\mathcal{NP}$ אם ורק אם $\overline{L} \in \mathcal{NP}$.

סעיף א'

הוכיחו כי אם קיימת שפה L המקיימת $L \in \mathcal{NP}$-comp וגם $L \in$ co-$\mathcal{NP}$, אזי co-$\mathcal{NP}$ = $\mathcal{NP}$.

סעיף ב'

תהי L שפה כך שלכל n מתקיים $|L \cap \{0,1\}^*| = n$, כלומר לכל n מספר המילים באורך n הוא <u>בדיוק</u> n. הוכיחו כי אם $L \in \mathcal{NP}$ אזי $\overline{L} \in \mathcal{NP}$.