עמוס ביימל 5.12.01

סיבוכיות: תרגיל 2

הגשה: יום ג' 18/12/01 בהרצאה.

שאלה 1

סווג כל אחת מהשפות הבאות לאחת מהאפשרויות הבאות:

1. $L \in \mathcal{R}$.
2. $L \in \mathcal{RE} - \mathcal{R}$.
3. $L \notin \mathcal{RE}$.

יש להוכיח את תשובותיכם.

1. $L_1 = \{ \langle M \rangle : L(M)=\varnothing \text{ and } |\langle M \rangle| < 300 \}$.
2. $L_2 = \{ \langle M \rangle : \text{השפה } L(M) \text{ היא סופית} \}$.
3. $L_3 = \{ \langle M \rangle : |L(M)| \geq 300 \}$.

שאלה 2

הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות:

1. אם C היא תת-מחלקה לא טריביאלית של $\mathcal{RE}$ כאשר $\sum^* \in C$, אזי $L_C \in \mathcal{RE}$.
2. אם C היא תת-מחלקה לא טריביאלית של $\mathcal{RE}$ כאשר $\sum^* \in C$, אזי $L_C \notin \mathcal{RE}$.
3. אם C היא תת-מחלקה לא טריביאלית של $\mathcal{RE}$ כאשר $\sum^* \notin C$, אזי $L_C \in \mathcal{RE}$.
4. אם C היא תת-מחלקה לא טריביאלית של $\mathcal{RE}$ כאשר $\sum^* \notin C$, אזי $L_C \notin \mathcal{RE}$.

שאלה 3

סעיף א'

נגדיר את השפה הבאה: $L_{\Sigma^*} = \{\langle M \rangle : L(M) = \Sigma^*\}$. הוכיחו כי $L_{\Sigma^*} \notin \mathcal{RE}$ וגם $\overline{L_{\Sigma^*}} \notin \mathcal{RE}$.

הערה: אפשר להוכיח את שתי הטענות על ידי רדוקציה אחת.

סעיף ב'

המחלקה $\forall\mathcal{RE}$ מוגדרת באופן הבא:

שפה $L \in \forall\mathcal{RE}$ אם ורק אם קיימת $L_0 \in \mathcal{RE}$ כך ש-$L = \{ x : \forall y \ \ (x,y) \in L_0 \}$.

הוכיחו כי $L_{\Sigma^*} \in \forall\mathcal{RE}$.

סעיף ג'

שפה B היא $\forall\mathcal{RE}$ קשה אם לכל $L \in \forall\mathcal{RE}$ מתקיים $L \leq B$. הוכיחו כי L_{Σ^*} היא $\forall\mathcal{RE}$ קשה.

סעיף ד'

הוכיחו כי אם שפה B היא $\forall\mathcal{RE}$ קשה, אזי $B \notin \mathcal{RE}$.

שאלה 4

תהי A שפה. נגדיר את השפה C_A הבאה: $C_A = \{ \langle M \rangle : A \subseteq L(M) \}$.

סעיף א

הוכיחו כי לכל שפה <u>סופית</u> A כאשר $A \neq \emptyset$ מתקיים $C_A \in \mathcal{RE} - \mathcal{R}$.

סעיף ב

הוכיחו כי לכל שפה <u>אינסופית</u> A מתקיים $C_A \notin \mathcal{RE}$.