עמוס ביימל **04/12/01**

סיבוכיות: תרגיל 1

הגשה: יום ד' **14/11/01** בהרצאה. ההגשה בזוגות.

שאלה 1

תאר מכונת טיורינג המחשבת את השפה $\{ a^{2n} b^n : n>0 \}$.
יש לתת תאור אלגוריתמי של פעולת המכונה, ותאור פורמלי של המכונה כשביעייה $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{acc}, q_{rej})$ תוך פירוט התפקיד של כל מצב ב- Q ותאור של פונקצית המעברים δ בעזרת דיאגרמת מעברים.

שאלה 2

נתונה פונקציה $f : \{0,1\}^* \to \{0,1\}^*$. נאמר כי קלט (x,i,a) הוא בשפה L_f אם:

- $x \in \{0,1\}^*$ כך שהערך $f(x)$ מוגדר.
- i מספר טבעי.
- $a \in \{0,1,\#\}$.
- $1 \le i \le |f(x)|$ והביט ה-i ב-$f(x)$ הוא a <u>או</u> $i < |f(x)|$ ו- $a = \#$.

סעיף א'

תהי f פונקציה מלאה. הוכח כי f ניתנת לחישוב על ידי מכונת טיורינג העוצרת תמיד אם ורק אם L_f רקורסיבית (כלומר, $L_f \in \mathcal{R}$).

סעיף ב'

תהי f פונקציה חלקית (כלומר, יתכנו קלטים עליהם f אינה מוגדרת). הוכח כי f ניתנת לחישוב על ידי מכונת טיורינג אם ורק אם L_f ניתנת למניה רקורסיבית (כלומר, $L_f \in \mathcal{RE}$).

שאלה 3

יהיו L_0 ו- L_1 שפות זרות. נאמר כי L_0 ניתנת להפרדה רקורסיבית מ- L_1 אם קיימת שפה $L \in \mathcal{R}$ כך ש- $L_0 \subseteq L$ ו- $L_1 \cap L = \emptyset$. נגדיר את שתי השפות הבאות:

$L_A = \{ \langle M \rangle : \langle M \rangle$ { M היא מ"ט המקבלת את המילה $\langle M \rangle$ },
$L_R = \{ \langle M \rangle : \langle M \rangle$ { M היא מ"ט הדוחה את המילה $\langle M \rangle$ }.

הערה: אם M אינה עוצרת על $\langle M \rangle$ אזי $\langle M \rangle \notin L_A \cup L_R$.
הוכיחו כי השפה L_A אינה ניתנת להפרדה רקורסיבית מ- L_R.

שאלה 4

הוכיחו כי שפה $L \in \mathcal{RE}$ אם ורק אם קיימת שפה $L_0 \in \mathcal{R}$ כך ש- $L = \{ x : \exists y \ (x,y) \in L_0 \}$.