המחלקה
למדעי-המחשב

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
Ben-Gurion University of the Negev
The University celebrates its 30th Anniversary

עמוס ביימל

25/12/00

סיבוכיות: תרגיל 4

הגשה: יום א' 7/1/01 בהרצאה. ההגשה בזוגות.

שאלה 1

תהי $T(n) \geq n$ פונקציה מהטבעיים לטבעיים. נגדיר את השפה

$L_T = \{ \langle M \rangle : M$ מ"ט דטרמיניסטית המקבלת את המילה $\langle M \rangle$ בזמן $T(|\langle M \rangle|)$ לכל היותר $\}$.

הוכיחו כי לא קיימת מ"ט דטרמיניסטית המקבלת את $\overline{L_T}$ בזמן $T(n)$.

שאלה 2

סעיף א'

הוכיחו כי אם $\mathcal{NL} \subseteq \mathcal{DTIME}(n)$ אזי $\mathcal{DTIME}(n^2) \subseteq \mathcal{NL}$.
בסעיף זה ניתן להסתמך על עקרון התרגום כלפי מעלה מבלי להוכיח אותו. יש לנסח במדויק את הטענה עליה מסתמכים (כלומר, מהם הפונקציות בהם משתמשים בתרגום).

סעיף ב'

הוכיחו כי $\mathcal{NL} \neq \mathcal{DTIME}(n)$.

הדרכה:
השתמשו בסעיף א' ובמשפט ההיררכיה עבור $\mathcal{DTIME}$ כדי להגיע לסתירה.

שאלה 3

שפה L היא אונרית אם $L \subseteq 1^*$. הוכיחו :

אם $\bigcup_{c>0} \mathcal{NTIME}(2^{cn}) \neq \bigcup_{c>0} \mathcal{DTIME}(2^{cn})$ אזי קיימת שפה אונרית $L \in \mathcal{NP} - \mathcal{P}$.

הדרכה: קחו $L \in \bigcup_{c>0} \mathcal{NTIME}(2^{cn}) - \bigcup_{c>0} \mathcal{DTIME}(2^{cn})$ ונפחו אותה לשפה ב - $\mathcal{NP}$ כך שהשפה המנופחת היינה אונרית. הוכיחו טענותיכם!

שאלה 4'

גרף מכוון $G=(V,E)$ הוא גרף שכבות אם קיימת חלוקה של V ל- k קבוצות זרות $V_1,V_2,...,V_k$ כך שהקשתות עוברות רק משכבה לשכבה שאחריה, כלומר,

$$E \subseteq V_1 \times V_2 \cup V_2 \times V_3 \cup ... \cup V_{k-1} \times V_k.$$

שני הסעיפים הבאים הם בלתי תלויים זה בזה.

סעיף א'

נגדיר:

DAG-CON=$\{ \langle G,s,t \rangle : G$ is a directed acyclic graph that contains a path from s to $t \}$.

הוכיחו כי DAG-CON $\in$ $\mathcal{NL}$-hard.

הדרכה: בהינתן קלט ל- s,t-CON, בנו גרף בו כל צומת היא זוג (v,i) כאשר v הוא צומת בגרף המקורי ו- $0 \leq i \leq n$.

סעיף ב'

נאמר כי גרף שכבות $G=(V_1,V_2,...,V_k,E)$ וזוג צמתים $s \in V_1$ ו- $t \in V_k$ שייכים לשפה ODD-CON אם מספר המסלולים מצומת s לצומת t בגרף הוא אי-זוגי.

הוכיחו כי ODD-CON $\in$ $\mathcal{DSPACE}(\log^2 n)$.

אין צורך לבדוק שהגרף הוא אומנם גרף שכבות.

הדרכה: הסתכלו על הוכחת משפט Savitch.