עמוסביימל 4.1.00

תורת הסיבוכיות – תרגיל 6

הגשה: 30.1.00 ב-12:00 בצהרים בתא הדואר שלי (126).
ב-12:30 יתפרסם פתרון ב-www.cs.bgu.ac.il/~beimel/courses/complexity.html .

שאלה 1

1. הוכיחו כי אם $\mathrm{SAT} \in \mathcal{BPP}$ אזי קיים אלגוריתם אקראי פולינומי שמקבל פסוק CNF, ומוצא הצבה מספקת לפסוק (אם קיימת).
2. הוכיחו כי אם $\mathcal{NP} \subseteq \mathcal{BPP}$ אזי $\mathcal{NP} = \mathcal{RP}$.

שאלה 2 (למת Schwartz-Zippel)

דרגה של מונום היא סכום הדרגות של המשתנים במונום. לדוגמא, הדרגה של המונום $5x_7^2x_8^{23}x_{11}^3$ היא $2+23+3=28$. דרגה של פולינום היא מקסימום הדרגות של מונומים בפולינום.
יהי $P(x_1,\ldots,x_n)$ פולינום ב-n משתנים שדרגתו לכל היותר δ, ויהי $M=\{1,\ldots,m\}$ עבור מספר טבעי m. הוכיחו כי ל-$P(x_1,\ldots,x_n)$ יש לכל היותר δm^{n-1} שורשים ב-M^n. השוו חסם זה לחסם שניתן בהרצאה.

שאלה 3 (MAX-SAT)

הבעיה MAX-SAT עבור פסוק CNF היא למצוא הצבה המספקת את המספר הגדול ביותר האפשרי של פסוקיות בפסוק. לדוגמא, אם הפסוק ספיק אזי צריך למצוא הצבה המספקת את כל הפסוקיות בפסוק.

1. נתון פסוק CNF. הוכיחו כי לפחות אחת מההצבות 0^n או 1^n מספקת לפחות חצי מהפסוקיות בפסוק.
2. הראו אלגוריתם פולינומי המקרב את MAX-SAT עד כדי פקטור 2.

שאלה 4 (מספר כרומטי)

המספר הכרומטי של גרף הוא המספר הקטן ביותר של צבעים שניתן לצבוע בהם את הגרף. בהרצאה ראינו רדוקציה f מ-SAT$\neq$ ל-3COLORING. לכן, אם $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ אזי לא קיים אלגוריתם פולינומי המחשב את המספר הכרומטי. הוכיחו:

1. לכל פסוק φ הגרף $f(\varphi)$ הוא 4-צביע.
2. אם $\mathcal{P} \neq \mathcal{NP}$ אזי לא קיים אלגוריתם פולינומי המקרב את המספר הכרומטי בפקטור קטן מ-$\frac{4}{3}$.