תורת הסיבוכיות – תרגיל 3

<u>הגשה</u>: 7.12.99.

1. תהי $T(n) \geq n$ פונקציה מהטבעיים לטבעיים ותהי
$L = \{ \langle \mathrm{M} \rangle : T(|\langle \mathrm{M} \rangle|) \text{ בזמן } \langle \mathrm{M} \rangle \text{ מ"ט דטרמיניסטית המקבלת את המילה } \mathrm{M} \}$.
הוכיחו כי לא קיימת מ"ט דטרמיניסטית המקבלת את $\overline{L}$ בזמן $T(n)$.

2. שאלה זו עוסקת בהיררכיה עבור $\mathcal{NSPACE}$.
(א) הוכיחו ע"י הוכחה פשוטה כי אם $\lim \frac{S_1^2(n)}{S_2(n)} = 0$ אזי
$\mathcal{NSPACE}(S_1(n)) \subsetneq \mathcal{NSPACE}(S_2(n))$.
מה התנאים שיש לדרוש מהפונקציות S_1 ו-S_2?
(ב) הוכיחו את משפט ההיררכיה עבור $\mathcal{NSPACE}$ תוך הסתמכות על משפט Immerman-Szelepscényi.

3. שפה L היא אונרית אם $L \subseteq 1^\star$.
הוכיחו:
אם
$$\bigcup_{c>0} \mathcal{NTIME}(2^{cn}) \neq \bigcup_{c>0} \mathcal{DTIME}(2^{cn})$$
אזי קיימת שפה אונרית $L \in \mathcal{NP} \setminus \mathcal{P}$.
הדרכה: קחו
$$L \in \bigcup_{c>0} \mathcal{NTIME}(2^{cn}) \setminus \bigcup_{c>0} \mathcal{DTIME}(2^{cn})$$
ונפחו אותה לשפה ב-$\mathcal{NP}$ כך שהשפה המנופחת הינה אונרית.

4. גרף $G = (V, E)$ הוא גרף שכבות אם קיים k וקיימת חלוקה של V לקבוצות זרות $V_1, V_2, \ldots, V_k$ כך שהקשתות עוברות רק משכבה למשכבה הסמוכה לה, כלומר,
$$E \subseteq V_1 \times V_2 \bigcup V_2 \times V_3 \bigcup \ldots \bigcup V_{k-1} \times V_k.$$
נגדיר את השפה ODD-CON:
קלט גרף שכבות $G = (V_1, V_2, \ldots, V_k, E)$ בו $V_1 = \{s\}$ ו-$V_k = \{t\}$ הוא בשפה אם מספר המסלולים מ-s ל-t הוא אי-זוגי. (k והחלוקה הם חלק מהקלט.)
הוכיחו כי
$$\text{ODD-CON} \in \mathcal{DSPACE}(\log^2 n).$$
אין צורך לבדוק אם הקלט חוקי.
רמז: משפט Savitch.